

PRIMENA INTERVALNOG STOHAŠTIČKOG PROGRAMIRANJA U POŠTANSKOM SAOBRAĆAJU

Vladimir Simić

Univerzitet u Beogradu - Saobraćajni fakultet, vsima@sf.bg.ac.rs

Sadržaj: *U radu je predložen model celobrojnog intervalnog dvofaznog stohastičkog programiranja za alokaciju pošiljaka u poštanskom saobraćaju. Prezentovana je detaljna algoritamska procedura za rešavanje formulisanog modela. Priložen je numerički primer, kako bi se ilustrovala primenljivost razvijenog modela. Dobijeni rezultati potvrđuju da se u predloženi model mogu inkorporirati različite forme neizvesnih informacija. Model je sposoban da pruži vredne uvide u efekte neizvesnosti. Predloženi model celobrojnog intervalnog dvofaznog stohastičkog programiranja može efikasno manipulisati neizvesnostima izraženim kao intervalne vrednosti i raspodele verovatnoća. Nekoliko važnih preporuka o budućem istraživanju je istaknuto i prodiskutovano.*

Ključne reči: Poštanski saobraćaj; Post Shop; Dvo fazno stohastičko programiranje; Intervalno linearno programiranje; Neizvesnost.

1. Uvod

Javno preduzeće „Pošta Srbije“ (u daljem tekstu JPPS) preko svoje mreže od 31 specijalizovane Post Shop prodavnice, a u saradnji sa velikim brojem dobavljača, pruža mogućnost kupovine fiksnih i mobilnih telefona, suvenira, kućnih poštanskih sandučića, igračaka, knjiga, itd. Dostava poručenih pošiljaka je besplatna i vrši se na teritoriji gde je već organizovana dostava paketa. Iznos poručenih pošiljaka se plaća prilikom uručenja.

Razmotrimo problem gde su dobavljači JPPS-a odgovorni za alokaciju proizvoda specijalizovanim Post Shop prodavnicama. Nivoi dostupnosti proizvoda kod dobavljača su slučajne promenljive. Međutim, kako bi JPPS blagovremeno kreirala svoje prodajne planove, ovo preduzeće sa dobavljačima ugovara fiksne količine pojedinih tipova proizvoda (tzv. alokacione kvote), koje su oni u obavezi da alociraju svakoj od specijalizovanih Post Shop prodavnica. Ukoliko dobavljači zbog nedovoljnih nivoa dostupnosti proizvoda nisu u mogućnosti da u potpunosti ispoštuju ugovorene alokacione kvote, oni su dužni da JPPS-u isplate odgovarajuće penale. Iznos penala je po pravilu veći od prodajne cene proizvoda i jednak je propuštenoj dobiti JPPS-a. Kada nivoi dostupnosti proizvoda kod dobavljača budu poznati, donose se odluke druge faze, kako bi se korigovale alokacione kvote i minimizirao ukupan iznos penala. Pristup dvo faznog stohastičkog programiranja se može primeniti za manipulisanje neizvesnosti u formi raspodele verovatnoća i dvo fazno donošenje odluka. Osnovna ideja na kojoj ovaj pristup počiva je koncept rekurzije, tj., sposobnost sprovođenja korektivnih akcija po realizaciji slučajnih

događaja. U okviru ovog pristupa, inicijalna odluka (tzv., odluka prve faze) se donosi na bazi neizvesnih budućih događaja. Kada se neizvesni događaji realizuju, sprovodi se rekurzivna akcija (tzv., odluka druge faze).

Sa druge strane, količine proizvoda koje dobavljači JPPS-a isporučuju specijalizovanim Post Shop prodavnicama moraju biti celobrojne. Pristup (mešovitog) celobrojnog programiranja je pogodan za rešavanje problema u kojima se javljaju celobrojne promenjive.

U razmatranom problemu alokacije pošiljaka u poštanskom saobraćaju neizvesnost postoji i u pogledu vrednosti ekonomskih parametara. Prihodi od prodaje proizvoda i iznosi penala varijaju sa promenom kamatne stope. Troškovi transporta proizvoda od dobavljača JPPS-a do specijalizovanih Post Shop prodavnica zavise od cene goriva, plate vozača, cene putarine, kapaciteta tovarnog prostora vozila, itd. Posmatranje pomenutih ekonomskih parametara kao intervalnih vrednosti je sasvim prirodno, bilo na mesečnom, godišnjem ili višegodišnjem nivou. Pristup intervalnog linearнog programiranja može efikasno manipulisati intervalnim neizvesnostima u modelima matematičkog programiranja [1-4]. Kako bi se uspešno reflektovale neizvesnosti u formi intervala, potrebno je inkorporirati pristup intervalnog linearнog programiranja u metodološki okvir za alokaciju pošiljaka u poštanskom saobraćaju. Prema tome, opisani problem može biti prezentovan kao model celobrojnog intervalnog dvofaznog stohastičkog programiranja za alokaciju pošiljaka u poštanskom saobraćaju.

Intervalno stohastičko programiranje je do sada primenjeno za upravljanje kvalitetom vode [5-6], upravljanje kvalitetom vazduha [7-8], upravljanje gradskim otpadom [9-10], upravljanje otpadnim gumama [11], upravljanje otpadnim tokom vozila na kraju životnog ciklusa [12-15], upravljanje neobnovljivim energetskim resursima [16], upravljanje vodosnabdevanjem [17-18], planiranje energetskih sistema [19-20] i planiranje poljoprivrednog zemljišta [21-23]. Pregled raspoložive naučne literature jasno ukazuje da intervalno stohastičko programiranje nije do sada bilo primenjeno za rešavanje problema iz oblasti poštanskog saobraćaja. Kako bi se popunio identifikovani prostor za dalje istraživanje, u ovom radu je formulisan model celobrojnog intervalnog dvofaznog stohastičkog programiranja za alokaciju pošiljaka u poštanskom saobraćaju. Pored toga, u radu je priložen numerički primer da bi se ilustrovali potencijali i primenljivost razvijenog modela.

Rad je organizovan na sledeći način. U narednom poglavlju prezentovan je model celobrojnog intervalnog dvofaznog stohastičkog programiranja za alokaciju pošiljaka u poštanskom saobraćaju i pristup za njegovo rešavanje. U trećem poglavlju priložen je numerički primer, i prikazani su i prodiskutovani dobijeni rezultati. Na kraju rada data su zaključna razmatranja i pravci budućeg istraživanja.

2. Metodologija

2.1. Formulacija modela

Na bazi pristupa intervalnog linearнog programiranja, pristupa dvofaznog stohastičkog programiranja i pristupa celobrojnog programiranja, model celobrojnog intervalnog dvofaznog stohastičkog programiranja za alokaciju pošiljaka u poštanskom saobraćaju je formulisan kao:

$$\text{Max } f^\pm = D^\pm \sum_{c \in C} Z_c^\pm - \sum_{a \in A} p_a \sum_{c \in C} T_c^\pm A_{ca} - \sum_{a \in A} p_a \sum_{c \in C} K_c^\pm M_{ca} \quad (1a)$$

pri ograničenjima:

$$\sum_{c \in C} (Z_c^\pm - M_{ca}) \leq Q_a^\pm, \quad \forall a \in A \quad (1b)$$

$$A_{ca} = Z_c^\pm - M_{ca}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (1c)$$

$$Z_c^\pm \geq M_{ca}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (1d)$$

$$M_{ca} \in \{0, 1, 2, \dots\}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (1e)$$

$$A_{ca} \in \{0, 1, 2, \dots\}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (1f)$$

gde f^\pm predstavlja očekivani profit dobavljača JPPS-a; A je skup nivoa dostupnosti kod dobavljača određenog proizvoda, koji se prodaje u specijalizovanim Post Shop prodavnicama; C je skup specijalizovanih Post Shop prodavnica; D^\pm je prihod dobavljača JPPS-a po komadu određenog proizvoda alociranog nekoj od specijalizovanih Post Shop prodavnica; $Z_c^\pm, c \in C$ je promenljiva odlučivanja prve faze i predstavlja fiksnu količinu određenog proizvoda koju treba alocirati c -toj specijalizovanoj Post Shop prodavnici (tzv., fiksna alokaciona kvota); p_a je verovatnoća količine određenog proizvoda u slučaju nivoa dostupnosti kod dobavljača a ; $A_{ca}, c \in C, a \in A$ je alocirana količina određenog proizvoda c -toj specijalizovanoj Post Shop prodavnici u slučaju nivoa dostupnosti kod dobavljača a (promenljiva odlučivanja druge faze); $T_c^\pm, c \in C$ je cena transporta po komadu određenog proizvoda od dobavljača JPPS-a do c -te specijalizovane Post Shop prodavnice; $K_c^\pm, c \in C$ je iznos penala za dobavljača JPPS-a po komadu neisporučenog određenog proizvoda c -toj specijalizovanoj Post Shop prodavnici, pri čemu mora biti ispunjeno da je $K_c^\pm > D^\pm$, za svako $c \in C$; $M_{ca}, c \in C, a \in A$ je manjak alocirane količine određenog proizvoda c -toj specijalizovanoj Post Shop prodavnici u slučaju nivoa dostupnosti kod dobavljača a (promenljiva odlučivanja druge faze); $Q_a^\pm, a \in A$ je raspoloživa količina određenog proizvoda u slučaju nivoa dostupnosti kod dobavljača a .

U modelu (1), kriterijumska funkcija (1a) teži da maksimizira profit dobavljača JPPS-a. U ovoj kriterijumskoj funkciji, prvi deo računa prihod dobavljača JPPS-a od alokacije određenih proizvoda specijalizovanim Post Shop prodavnicama kada su zadovoljene alokacione kvote. Drugi deo kriterijumske funkcije izračunava očekivane troškove transporta određenog proizvoda od dobavljača JPPS-a do specijalizovanih Post Shop prodavnica. Konačno, treći deo kriterijumske funkcije predstavlja ukupni gubitak (tj., ukupne izdatke na plaćanje penala) dobavljača JPPS-a zbog nepoštovanja ugovorenih alokacionih kvota.

Ograničenja (1b) obezbeđuju da u slučaju bilo kod nivoa dostupnosti određenog proizvoda ukupna količina koja je alocirana ka svim specijalizovanim Post Shop prodavnicama ne može biti veća od količine kojom dobavljač JPPS-a raspolaže. Ograničenja (1c) definišu alociranu količinu određenog proizvoda kao razliku fiksne

alokacione kvote i neisporučene količine. Ograničenja (1d) osiguravaju da neisporučena količina ne može biti veća od fiksne alokacione kvote, koja je ranije dogovorena sa dobavljačem JPPS-a. Ograničenja (1e)–(1f) definišu domene vrednosti promenljivih odlučivanja, koje se upotrebljavaju u predloženom modelu celobrojnog intervalnog dvofaznog stohastičkog programiranja za alokaciju pošiljaka u poštanskom saobraćaju.

U modelu (1), pošto su fiksne alokacione kvote Z_c^\pm , $c \in C$, razmatrane kao neizvesni ulazni parametar, veoma je teško odrediti da li donje granice Z_c^- ili gornje granice Z_c^+ treba koristiti da bi se maksimizirao profit dobavljača JPPS-a. Zbog toga, u predloženi model treba uvesti promenljivu γ_c , $c \in C$, i konvertovati alokacione kvote na sledeći način:

$$Z_c^\pm = Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_c, \quad \forall c \in C \quad (2)$$

gde je $\Delta Z_c = Z_c^+ - Z_c^-$ i $\gamma_c \in [0,1]$ za svako $c \in C$. Na ovaj način, može biti izračunat optimalan skup alokacionih kvota (tj., $Z_{c\text{opt}}^\pm = Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_{c\text{opt}}$ za svako $c \in C$), koji je neophodan kako bi se maksimizirao profit dobavljača JPPS-a. Pošto je γ_c , $c \in C$, nenegativna kontinualna promenljiva, model (1) treba biti formulisan kao mešoviti celobrojni intervalni dvofazni stohastički program, tj.:

$$\text{Max } f^\pm = D^\pm \sum_{c \in C} \left(Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_c \right) - \sum_{a \in A} p_a \sum_{c \in C} T_c^\pm A_{ca} - \sum_{a \in A} p_a \sum_{c \in C} K_c^\pm M_{ca} \quad (3a)$$

pri ograničenjima:

$$\sum_{c \in C} \left(Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_c - M_{ca} \right) \leq Q_a^\pm, \quad \forall a \in A \quad (3b)$$

$$A_{ca} = Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_c - M_{ca}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (3c)$$

$$Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_c \geq M_{ca}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (3d)$$

$$M_{ca} \in \{0,1,2,\dots\}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (3e)$$

$$A_{ca} \in \{0,1,2,\dots\}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (3f)$$

$$0 \leq \gamma_c \leq 1, \quad \forall c \in C \quad (3g)$$

2.2. Pristup za rešavanje

Da bi se formulisani model mešovitog celobrojnog intervalnog dvofaznog stohastičkog programiranja za alokaciju pošiljaka u poštanskom saobraćaju mogao rešiti, biće primenjen metod Najbolji najlošiji slučaj [24-25]. Na ovaj način, model (3) biće razložen na dva podmodela, koji korespondiraju donjoj i gornjoj granici vrednosti kriterijumske funkcije, f^- i f^+ , respektivno. Prvi podmodel, koji korespondira gornjoj granici vrednosti kriterijumske funkcije je:

$$\text{Max } f^+ = D^+ \sum_{c \in C} \left(Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_c \right) - \sum_{a \in A} p_a \sum_{c \in C} T_c^- A_{ca} - \sum_{a \in A} p_a \sum_{c \in C} K_c^- M_{ca} \quad (4a)$$

pri ograničenjima:

$$\sum_{c \in C} (Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_c - M_{ca}) \leq Q_a^+, \quad \forall a \in A \quad (4b)$$

$$A_{ca} = Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_c - M_{ca}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (4c)$$

$$Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_c \geq M_{ca}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (4d)$$

$$M_{ca} \in \{0, 1, 2, \dots\}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (4e)$$

$$A_{ca} \in \{0, 1, 2, \dots\}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (4f)$$

$$0 \leq \gamma_c \leq 1, \quad \forall c \in C \quad (4g)$$

Potom, formuliše se podmodel koji korespondira donjoj granici vrednosti kriterijumske funkcije kao:

$$\text{Max } f^- = D^- \sum_{c \in C} (Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_{c opt}) - \sum_{a \in A} p_a \sum_{c \in C} T_c^+ A_{ca} - \sum_{a \in A} p_a \sum_{c \in C} K_c^+ M_{ca} \quad (5a)$$

pri ograničenjima:

$$\sum_{c \in C} (Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_{c opt} - M_{ca}) \leq Q_a^-, \quad \forall a \in A \quad (5b)$$

$$A_{ca} = Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_{c opt} - M_{ca}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (5c)$$

$$Z_c^- + \Delta Z_c \gamma_{c opt} \geq M_{ca}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (5d)$$

$$M_{ca} \in \{0, 1, 2, \dots\}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (5e)$$

$$A_{ca} \in \{0, 1, 2, \dots\}, \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (5f)$$

Rešavanjem podmodела (4) i (5) dobijaju se sledeća primalna rešenja:

$$f_{opt}^\pm = [f_{opt}^-, f_{opt}^+] \quad (6a)$$

$$M_{ca opt}^\pm = [M_{ca opt}^-, M_{ca opt}^+], \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (6b)$$

$$A_{ca opt}^\pm = [A_{ca opt}^-, A_{ca opt}^+], \quad \forall c \in C; \forall a \in A \quad (6b)$$

Konačno, da bi se procedura za rešavanje razvijenog modela celobrojnog intervalnog dvofaznog stohastičkog programiranja za alokaciju pošiljaka u poštanskom saobraćaju učinila što jasnjom, detaljna algoritamska procedura je predstavljena u pseudokod formatu:

- Korak 1: Formulisati model (1).
- Korak 2: Preformulisati model (1) konvertovanjem alokacionih kvota Z_c^\pm u skladu sa jednačinama (2).
- Korak 3: Primeniti metod Najbolji najlošiji slučaj za razlaganje modela dobijenog u koraku 2 na podmodele (4) i (5), koji korespondiraju gornjoj granici vrednosti kriterijumske funkcije f^+ i donjoj granici vrednosti kriterijumske funkcije f^- , respektivno.
- Korak 4: Rešiti optimistički podmodel (4) i generisati skup rešenja.

- Korak 5: Rešiti pesimistički podmodel (5) i generisati skup rešenja.
- Korak 6: Formirati finalno rešenje modela (1) kombinovanjem rešenja dobijenih u koracima 4 i 5.
- Korak 7: Stop.

3. Rezultati i diskusija

Razmotrimo numerički primer u kojem JPPS preko svoje mreže specijalizovanih Post Shop prodavnica pruža mogućnost kupovine knjiga. U ponudi su knjige većeg broja izdavačkih kuća. U ovom numeričkom primeru, kao dobavljač JPPS-a biće analizirana izdavačka kuća „Eduka“, dok će analizirani proizvod biti Fizika 7, udžbenik za sedmi razred osnovne škole. Projektovani prihod izdavačke kuće „Eduka“ po komadu isporučenog udžbenika iz Fizike 7 bilo kojoj od specijalizovanih Post Shop prodavnica iznosi [670,0; 690,10] RSD. Sa druge strane, gubitak za ovog dobavljača JPPS-a po komadu neisporučenog udžbenika iz Fizike 7 (tj., vrednost jediničnog penala koji se mora platiti JPPS-u zbog neispunjavanja ugovornih obaveza) iznosi [790,0; 813,70] RSD. U ovom numeričkom primeru su analizirana tri različita novoa dostupnosti udžbenika iz Fizike 7 kod dobavljača JPPS-a. Raspoložive količine razmatranog proizvoda u slučaju različitih nivoa dostupnosti kod izdavačke kuće „Eduka“ su date u tabeli 1.

Tabela 1. Raspoložive količine udžbenika iz Fizike za sedmi razred osnovne škole u slučaju različitih nivoa dostupnosti kod dobavljača „Eduka“

Nivo dostupnosti	Verovatnoća	Raspoloživa količina [komad]
Nizak	0,20	[10900; 11200]
Srednji	0,350	[26100; 26950]
Visok	0,450	[47100; 49350]

Pošto obim tražnje za ovim udžbenikom nije isti u svim Post Shop prodavnicama, JPPS ugovara različite preliminarne alokacione kvote sa izdavačkom kućom „Eduka“, koje predstavljaju promenljive odlučivanja prve faze. Informacije o fiksni alokacionim kvotama za pojedinine specijalizovane Post Shop prodavnice su priložene u tabeli 2. Planski horizont iznosi jednu kalendarsku godinu.

U tabeli 2 su prikazana detaljna rešenja dobijena primenom modela celobrojnog intervalnog dvofaznog stohastičkog programiranja za alokaciju udžbenika Fizika 7, izdavačke kuće „Eduka“, specijalizovanim Post Shop prodavnicama JPPS-a. Analizom prezentovanih rezultata može se uočiti da rešenja predstavljaju kombinaciju determinističkih vrednosti i intervala. Prema tome, postoji značajan uticaj neizvesnosti (u pogledu vrednosti parametara modela) na generisana rešenja.

Nenegativne kontinualne promenljive $\gamma_{c\ opt}$ imaju vrednost jednaku 1 za svaku Post Shop prodavnicu. Prema tome, optimalne alokacione kvote su jednake gornjoj granici vrednosti fiksnih alokacionih kvota (tabela 2). Na primer, ugovorena preliminarna alokaciona kvota između analiziranog dobavljača i Post Shop prodavnice locirane u Smederevu od [1144; 1350] komada godišnje ima optimalnu vrednost jednaku 1350 komada godišnje (tabela 2).

Tabela 2. Lista Post Shop prodavnica, alokacione kvote, jedinični troškovi transporta i dobijeni rezultati

R. br.	Post Shop prodavnica	Ugovorena alokaciona kvota [komad/ godina]	Cena transporta [RDS/komad]	Optimalna alokaciona kvota [komad/ godina]	Nivo dostupnosti kod dobavljača			
					Nizak		Sredni	
					Manjak [komad]	Alokacija [komad]	Manjak [komad]	Alokacija [komad]
1	Beograd 1	[2265; 2673]	[1,62; 1,70]	2673	0	2673	0	2673
2	Beograd 2	[2491; 2939]	[0,71; 0,75]	2939	0	2939	0	2939
3	Beograd 3	[2114; 2495]	[2,20; 2,31]	2495	0	2495	0	2495
4	Beograd 4	[2717; 3206]	[4,15; 4,36]	3206	3206	0	0	3206
5	Beograd 5	[2882; 3401]	[3,61; 3,79]	3401	[308; 608]	[2793; 3093]	0	3401
6	Beograd 6	[2346; 2768]	[6,91; 7,25]	2768	2768	0	0	2768
7	Beograd 7	[1717; 2026]	[3,75; 3,94]	2026	2026	0	0	2026
8	Gornji Mil.	[455; 537]	[21,0; 22,05]	537	537	0	537	0
9	Jagodina	[741; 874]	[24,22; 25,43]	874	874	0	874	0
10	Kragujevac	[1882; 2221]	[24,32; 25,53]	2221	2221	0	2221	0
11	Kruševac	[1338; 1579]	[31,78; 33,37]	1579	1579	0	1579	0
12	Leskovac	[1523; 1797]	[45,37; 47,64]	1797	1797	0	1797	0
13	Niš	[2597; 3064]	[37,93; 39,83]	3064	3064	0	3064	0
14	Novi Sad 1	[1771; 2090]	[17,85; 18,75]	2090	2090	0	2090	0
15	Novi Sad 2	[1509; 1781]	[18,02; 18,92]	1781	1781	0	1781	0
16	Obrenovac	[745; 879]	[12,64; 13,28]	879	879	0	0	879
17	Pančevo	[1249; 1474]	[7,19; 7,54]	1474	1474	0	0	1474
18	Paraćin	[561; 662]	[27,39; 28,76]	662	662	0	662	0
19	Požarevac	[751; 886]	[17,40; 18,27]	886	886	0	[0; 599]	[287; 886]
20	Smederevo	[1144; 1350]	[13,85; 14,54]	1350	1350	0	0	1350
21	Sokobanja	[170; 201]	[37,37; 39,23]	201	201	0	201	0
22	Sr. Mitr.	[821; 969]	[15,31; 16,08]	969	969	0	0	969
23	Sombor	[907; 1070]	[28,59; 30,02]	1070	1070	0	1070	0
24	Sremčica	[206; 243]	[8,01; 8,41]	243	243	0	0	243
25	Subotica	[1460; 1723]	[30,73; 32,26]	1723	1723	0	1723	0
26	Šabac	[1178; 1390]	[16,73; 17,57]	1390	1390	0	0	1390
27	Valjevo	[927; 1094]	[17,82; 18,71]	1094	1094	0	[843; 1094]	[0; 251]
28	Vranje	[913; 1077]	[52,50; 55,12]	1077	1077	0	1077	0
29	Vrnj. Banja	[295; 348]	[32,56; 34,19]	348	348	0	348	0
30	Zaječar	[610; 720]	[38,71; 40,65]	720	720	0	720	0
31	Zlatibor	[273; 322]	[35,02; 36,77]	322	322	0	322	0

Ukupan manjak alociranih količina razmatranog proizvoda specijalizovanim Post Shop prodavnicama u slučaju niskog, srednjeg i visokog nivoa dostupnosti kod dobavljača JPPS-a iznosi [36659; 36959], [20909; 21759] i [0; 759] komada godišnje, respektivno. Prema tome, što je viši nivo dostupnosti celobrojna promenljiva odlučivanja M_{ca} ima manju vrednost. Na primer, u slučaju visokog nivoa dostupnosti i povoljnih sistemskih uslova, alokacione kvote će u potpunosti biti ispoštovane prema svim specijalizovanim Post Shop prodavnicama (tj., M_c^- , „visok“ = 0 komada za svako $c \in \{1, \dots, 31\}$). Sa druge strane, u slučaju visokog nivoa dostupnosti i nepovoljnih sistemskih uslova, izdavačka kuća „Eduka“ će u potpunosti ispoštovati alokacione kvote prema 30 specijalizovanih Post Shop prodavnica, dok će Post Shop prodavnici lociranoj u Vranju biti isporučeno 759 udženika manje (tj., M_{28}^+ , „visok“ = 759 komada).

Očekivani godišnji profit analiziranog dobavljača JPPS-a iznosi [19,157; 21,032]×10⁶ RSD. Gornja granica vrednosti kriterijumske funkcije je dobijena za slučaj povoljnih sistemskih uslova; tj., veća raspoloživa količina udžbenika, viši jedinični prihod, niži jedinični penali i niži troškovi transporta. Sa druge strane, donja granica vrednosti kriterijumske funkcije je dobijena za slučaj nepovoljnih sistemskih uslova; tj., manja raspoloživa količina udžbenika, niži jedinični prihod, viši jedinični penali i viši troškovi transporta. Prihod i rekurzivni troškovi (tj., troškovi sproveđenja korektivnih akcija) analiziranog dobavljača iznose [32,066; 33,028]×10⁶ RSD i [11,995; 12,908]×10⁶ RSD, respektivno.

4. Zaključak

U radu je prezentovan model celobrojnog intervalnog dvofaznog stohastičkog programiranja za alokaciju pošiljaka u poštanskom saobraćaju. Formulisani model se bazira na pristupima intervalnog programiranja, dvofaznog stohastičkog programiranja i celobrojnog programiranja.

Treba istaći da iako su parametri predloženog modela predstavljeni kao intervalni brojevi i raspodele verovatnoća, primena dobijenih rešenja ne komplikuje proces donošenja odluka u poštanskom saobraćaju. Štaviše, rešenja formulisanog modela predstavljaju kombinaciju determinističkih i intervalnih vrednosti. Pored toga, predložena algoritmamska procedura za rešavanje modela celobrojnog intervalnog dvofaznog stohastičkog programiranja za alokaciju pošiljaka u poštanskom saobraćaju je jednostavna za primenu i ne zahteva generisanje komplikovаниjih podmodela; tj., razvijeni model se razlaže na dva linearne programa za čije se optimalno rešavanje može primeniti neki od mnogobrojnih solvera za linearno programiranje. Zbog toga, prezentovani model može imati značajnu praktičnu primenu u oblasti poštanskog saobraćaja, jer se može koristiti za rešavanje problema velikih dimenzija.

Postoji značajan prostor za dalje unapređenje predloženog modela. Prvi pravac daljeg istraživanja predstavlja inkorporacija pristupa višefaznog stohastičkog programiranja u metodološki okvir za alokaciju pošiljaka u poštanskom saobraćaju, kako bi za prezentovanje neizvesnosti moglo biti upotrebljeno višeslojno stavlo odlučivanja. Drugi pravac predstavlja implementacija metode Faktorska analiza u predloženi metodološki okvir. To bi omogućilo sproveđenje analize interakcija između neizvesnih parametara modela i utvrđivanje efekata koje ove interakcije imaju na vrednost očekivanog profita.

Ovaj rad je delimično podržan od strane Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije, kroz projekat TR 36006, za period 2011–2017.

Literatura

- [1] M. Zarghami, N. Safari, F. Szidarovszky, and S. Islam, “Nonlinear interval parameter programming combined with cooperative games: a tool for addressing uncertainty in water allocation using water diplomacy framework”, *Water Resources Management*, vol. 29, no. 12, pp. 4285-4303, 2015.

- [2] V. Simic, "Fuzzy risk explicit interval linear programming model for end-of-life vehicle recycling planning in the EU", *Waste Management*, vol. 35, pp. 265-282, 2015.
- [3] Y. Y. Wang, G. H. Huang, S. Wang, and W. Li, "A stochastic programming with imprecise probabilities model for planning water resources systems under multiple uncertainties", *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, vol. 30, no. 8, pp 2169-2178, 2016.
- [4] V. Simic, S. Dabic-Ostojic, and N. Bojovic, "Interval-parameter semi-infinite programming model for used tire management and planning under uncertainty", *Computers & Industrial Engineering*, vol. 113, pp. 487-501, 2017.
- [5] Y. L. Xie, Y. P. Li, G. H. Huang, Y. F. Li, and L. R. Chen, "An inexact chance-constrained programming model for water quality management in Binhai New Area of Tianjin, China", *Science of The Total Environment*, vol. 409, no. 10, pp. 1757-1773, 2011.
- [6] P. Du, Y. Li, and G. H. Huang, "Inexact chance-constrained waste-load allocation model for water quality management of Xiangxihe river", *Journal of Environmental Engineering*, vol. 139, no. 9, pp. 1178-1197, 2013.
- [7] D. Li, Y. Zhang, X. Wang, Y. Li, and W. Zhao, "An optimization model of carbon sinks in CDM forestry projects based on interval linear programming", *Energies*, vol. 5, pp. 1766-1781, 2012.
- [8] C. Dai, W. Sun, Q. Tan, Y. Liu, W. T. Lu, and H. C. Guo, "Risk management for sulfur dioxide abatement under multiple uncertainties", *Frontiers of Earth Science*, vol. 10, no. 1, pp. 87-107, 2016.
- [9] Y. P. Li, G. H. Huang, S. L. Nie, and X. S. Qin, "ITCLP: An inexact two-stage chance-constrained program for planning waste management", *Resources, Conservation and Recycling*, vol. 49, no. 3, pp. 284-307, 2007.
- [10] C. Dai, X. H. Cai, Y. P. Cai, Q. Huo, Y. Lv, and G. H. Huang, "An interval-parameter mean-CVaR two-stage stochastic programming approach for waste management under uncertainty", *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, vol. 28, no. 2, pp. 167-187, 2014.
- [11] V. Simic, and S. Dabic-Ostojic, "Interval-parameter chance-constrained programming model for uncertainty-based decision making in tire retreading industry", *Journal of Cleaner Production*, vol. 167, pp. 1490-1498, 2017.
- [12] V. Simic, "A two-stage interval-stochastic programming model for planning end-of-life vehicles allocation under uncertainty", *Resources, Conservation and Recycling*, vol. 98, pp. 19-29, 2015.
- [13] V. Simic, "A multi-stage interval-stochastic programming model for planning end-of-life vehicles allocation", *Journal of Cleaner Production*, vol. 115, pp. 366-381, 2016.
- [14] V. Simic, "End-of-life vehicles allocation management under multiple uncertainties: An interval-parameter two-stage stochastic full-infinite programming approach", *Resources, Conservation and Recycling*, vol. 114, pp. 1-17, 2016.
- [15] V. Simic, "Interval-parameter chance-constraint programming model for end-of-life vehicles management under rigorous environmental regulations", *Waste Management*, vol. 52, pp. 180-192, 2016.
- [16] L. Liu, G. H. Huang, G. A. Fuller, A. Chakma, and H. C. Guo, "A dynamic optimization approach for nonrenewable energy resources management under uncertainty", *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 26, pp. 301-309, 2000.

- [17] Y. Liu, X. Qin, H. Guo, F. Zhou, J. Wang, X. Lv, and G. Mao, “ICCLP: An inexact chance-constrained linear programming model for land-use management of lake areas in urban fringes”, *Environmental Management*, vol. 40, no. 6, pp. 966-980, 2007.
- [18] Y. P. Li, G. H. Huang, Z. F. Yang, and S. L. Nie, “IFMP: Interval-fuzzy multistage programming for water resources management under uncertainty”, *Resources, Conservation and Recycling*, vol. 52, pp. 800-812, 2008.
- [19] Y. F. Li, Y. P. Li, G. H. Huang, and X. Chen, “Energy and environmental systems planning under uncertainty - an inexact fuzzy-stochastic programming approach”, *Applied Energy*, vol. 87, no. 10, pp. 3189-3211, 2010.
- [20] L. Ji, X. P. Zhang, G. H. Huang, and J. G. Yin, “Development of an inexact risk-aversion optimization model for regional carbon constrained electricity system planning under uncertainty”, *Energy Conversion and Management*, vol. 94, pp. 353-364, 2015.
- [21] B. Luo, J. B. Li, G. H. Huang, and H. L. Li, “A simulation-based interval two-stage stochastic model for agricultural nonpoint source pollution control through land retirement”, *Science of the Total Environment*, vol. 361, pp. 38-56, 2006.
- [22] Z. Y. Dai, and Y. P. Li, “A multistage irrigation water allocation model for agricultural land-use planning under uncertainty”, *Agricultural Water Management*, vol. 129, pp. 69-79, 2013.
- [23] X. Li, H. Lu, L. He, and B. Shi, “An inexact stochastic optimization model for agricultural irrigation management with a case study in China”, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, vol. 28, pp. 281-295, 2014.
- [24] J. W. Chinneck, and K. Ramadan, “Linear programming with interval coefficients”, *The Journal of the Operational Research Society*, vol. 51, no. 2, pp. 209-220, 2000.
- [25] S. C. Tong, “Interval number, fuzzy number linear programming”, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 66, no. 3, pp. 301-306, 1994.

Abstract: This paper proposes an integer interval two-stage stochastic programming model for allocation of parcels in postal traffic. A detailed algorithmic procedure for solving the formulated model is presented. A numerical example is provided in order to illustrate the usefulness of the developed model. The obtained results approve that the proposed model can incorporate various uncertainty information. The developed model is able to provide valuable insights into the effects of uncertainties. The proposed integer interval two-stage stochastic programming model can efficiently handle uncertainties expressed as interval values and probability distributions. Several important recommendations for future research are highlighted and discussed.

Keywords: Postal traffic; Post Shop; Two-stage stochastic programming; Interval linear programming; Uncertainty.

APPLICATION OF INTERVAL STOCHASTIC PROGRAMMING TO POSTAL TRAFFIC

Vladimir Simić