

## **POREĐENJE VAR MODELA I UNIVARIJANTNIH NEURONSKIH MREŽA ZA PROGNOZIRANJE OBIMA POŠTANSKIH USLUGA**

Miloš Milenković<sup>1</sup>, Nataša Glišović<sup>2</sup>, Nikola Knežević<sup>1</sup>, Nebojša Bojović<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>Saobraćajni fakultet u Beogradu

<sup>2</sup>Državni Univerzitet u Novom Pazaru, Departman za matematičke nauke

**Sadržaj:** Prognoziranje predstavlja predviđanje budućeg izlaza različitih poslovnih fenomena. Kompanija mora da razume i upotrebi prognoze kako bi dobila odgovore na brojna pitanja koja se odnose na ključne determinante performansi kao što su profit, tražnja, trošak proizvodnje i ostale. U ovom radu analiziran je obim poštanskih usluga u JP “Pošta Srbije”. Na osnovu raspoloživih podataka primenjene su dve tehnike modelovanja vremenskih serija, vektorski autoregresivni modeli i neuronske mreže. Primenom poznatih kriterijuma za procenu performansi načinjeno je poređenje predstavljenih metoda.

**Ključne reči:** prognoziranje, ekonometrika, vektorske autoregresije, neuronske mreže, poštanske usluge

### **1. Uvod**

Prognoziranje predstavlja proces predviđanja ili estimovanja budućnosti. Prognoziranje pruža informaciju o mogućim budućim događajima i njihovim posledicama za organizaciju. Proces prognoziranja ne može umanjiti negativne ishode i neizvesnosti u budućnosti, ali povećava poverenje menadžmenta pri donošenju važnih odluka.

Tehnike prognoziranja mogu obuhvatiti kvantitativne podatke i kvalitativne opservacije. Osnovna prednost kvalitativnih metoda se ogleda u činjenici da osnovni izvor podataka proizilazi iz iskustava kvalifikovanih eksperata i zaposlenih. Sa druge strane, projekcije kvantitativnih metoda prognoziranja se zasnivaju uglavnom na pouzdanosti prošlih podataka. Kvantitativne metode prognoziranja se mogu podeliti na projektivne i ekonometrijske. Projektivne tehnike koriste statističke osobine istorijskih podataka za definisanje formalnog modela i estimovanje nepoznatih parametara modela. Ekonometrijskim modelima analiziraju se odnosi između zavisne i jedne ili više nezavisnih promenljivih (prediktora ili regresora). Ekonometrijski modeli su vrlo popularni za modelovanje tražnje za prevoznim/poštanskim uslugama. Osnovni razlog se nalazi u činjenici da tražnja za prevoznim/poštanskim uslugama može obuhvatiti analizu velike količine podataka o preferencijama korisnika usluga, kao što su kvalitet usluga, cena usluga, bruto nacionalni dohodak po stanovniku i ostale. Kompanije prikupljaju podatke o ovim merama performansi za aktuelne i potencijalne korisnike, i pokušavaju da ustanove odnos između ovih mera performansi i osobina pojedinaca i planova marketing miksa. Osnovni razlog za primenu ekonometrijskih modela je taj što je u mnogim slučajevima broj podataka i broj promenljivih veliki, i samim tim, sprovođenje bivarijantne analize postaje nepraktično. Ekonometrijska analiza određenog modela za gore navedene mere obično obuhvata niz koraka. Prvi korak se

odnosi na specificiranje modela za date raspoložive podatke, relevantne objašnjavajuće promenljive i problem koji se razmatra. Nakon što je model definisan, potrebno je estimovati parametre i njihove oblasti poverenja. Zatim je u trećem koraku potrebno razmotriti empirijsku validnost modela sprovođenjem dijagnostičkih testova, pri čemu je fokus obično na osobinama neobjašnjenog dela modela. Za datu moguću raspoloživost dve ili više adekvatnih konkurentnih modela, obično se ovi modeli porede u odnosu na performanse predviđanja u okviru ili van uzorkovane vremenske serije.

U ovom radu analiziran je obim poštanskih usluga u JP “Pošta Srbije”, pri čemu su korišćeni podaci za jedinicu poštanske mreže (JPM) koja se nalazi u turističkom mestu. Razlog ovakvog odabira JPM je, pre svega, kako zbog sezonskog karaktera zahteva za poštanskim uslugama izazvanim brojem turista, tako i zbog analize uticaja drugih faktora (obim usluga koji je pod uticajem stanovništva u tom mestu). Na osnovu raspoloživih istorijskih podataka (Januar 2010. – Septembar 2014. godine) o mesečnom obimu pismonosnih pošiljaka, uz prethodno definisane prediktore, načinjeno je poređenje dve popularne tehnike modelovanja vremenskih serija – vektorskih autoregresivnih (VAR) modela i neuronskih mreža (NM).

VAR ekonometrijski modeli se koriste sa ciljem da obuhvate linearne međuzavisnosti između višestrukih vremenskih serija. VAR modeli predstavljaju uopštenje univarijantnih autoregresivnih modela uz pretpostavku o postojanju više nezavisnih promenljivih. Svaka promenljiva ima jednačinu koja objašnjava njen razvoj na osnovu njenih sopstvenih vremenskih pomaka i pomaka ostalih promenljivih modela.

Neuronske mreže, za razliku od VAR modela predstavljaju neparаметarske tehnike zasnovane na karakteristikama bioloških nervnih sistema. Osnovni cilj neuronskih mreža je da “nauče” da prepoznaju obrasce u datoj vremenskoj seriji. Nakon što je vremenska serija obučena na određenom uzorku podataka, moguće je načiniti predikcije identifikovanjem sličnih obrazaca u budućim podacima.

Rad je organizovan na sledeći način. Pojam i osnovne postavke VAR modela date su drugom poglavlju. NM tehnika je opisana u trećem poglavlju. Efikasnost predloženih metoda je demonstrirana modelovanjem ukupnog broja pismonosnih pošiljaka za područje odabrane JPM u četvrtom poglavlju. Poslednje, peto poglavlje sadrži zaključna razmatranja i pravce budućih istraživanja.

Rad je rezultat istraživanja na projektima MNTR036022 i MNTR44006 koji finansira Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije.

## **2. Metodologija**

Dva alternativna modela za prognoziranje obima pismonosnih pošiljaka se koriste u ovom radu za poređenje performansi prognoze, vektorski autoregresivni model (VAR) i model univarijantnih neuronskih mreža (NM).

### **2.1. Vektorski autoregresivni modeli (VAR)**

VAR je ekonometrijski model koji se koristi da obuhvati linearne međuzavisnosti između višestrukih vremenskih serija. VAR modeli uopštavaju univarijantne autoregresivne modele dopuštanjem više od jedne nezavisne promenljive. Svaka promenljiva ima jednačinu koja objašnjava njen razvoj na osnovu sopstvenih pomaka kao i pomaka ostalih promenljivih VAR modela.

U svom osnovnom obliku, VAR model se sastoji od skupa  $K$  endogenih promenljivih  $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{kt}, \dots, y_{Kt})$  za  $k = 1, \dots, K$ .  $VAR(p)$  proces se definiše kao (Pfař, 2008):

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + u_t \quad (1)$$

gde su  $A_i$  ( $K \times K$ ) matrice koeficijena za  $i = 1, \dots, p$  i  $u_t$  je  $K$ -dimenzionalni proces sa  $E(u_t) = 0$  vremenski invarijantnom pozitivno definitnom matricom kovarijansi  $E(u_t u_t^T) = \sum_u$  (beli řum).

Za dati uzorak endogenih promenljivih  $y_1, \dots, y_T$  i dovoljan broj vrednosti koje neposredno prethode datom uzorku  $y_{-p+1}, \dots, y_0$ , koeficijenti  $VAR(p)$  procesa se mogu efikasno estimovati metodom najmanjih kvadrata koja se primenjuje za svaku od jednačina posebno.

Nakon řto je  $VAR(p)$  model estimovan, sprovode se dijagnostiřki testovi, odnosno razmatra odsustvo autokorelacije, heteroscedastiřnosti ili nenormalnosti greške procesa. Na kraju se prognoze za periode  $h \geq 1$  empirijskog  $VAR(p)$  procesa mogu generisati rekurzivno prema:

$$y_{T+h|T} = A_1 y_{T+h-1|T} + \dots + A_p y_{T+h-p|T} \quad (2)$$

gde  $y_{T+j|T} = y_{T+j}$  za  $j \leq 0$ . Matrica kovarijansi greške prognoze je data kao:

$$Cov \left( \begin{bmatrix} y_{T+1} - y_{T+1|T} \\ \vdots \\ y_{T+h} - y_{T+h|T} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 \\ \Phi_1 & I & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ \Phi_{h-1} & \Phi_{h-2} & \dots & I \end{bmatrix} \left( \sum_u \otimes I_h \right) \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 \\ \Phi_1 & I & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ \Phi_{h-1} & \Phi_{h-2} & \dots & I \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

gde matrice  $\Phi_i$  predstavljaju matrice koeficijena stabilnog  $VAR(p)$  procesa. Operator  $\otimes$  je Kronekerov proizvod.

## 2.2. Neuronske mreže

Neuronske mreže (NM) su univerzalni aproksimator (Huang i ostali, 2004.). Zato neuspeh NM da u nekom konkretnom slućaju rekonstruiše preslikavanje implicitno zadato obučavajućim skupom, potiče od neadekvatnog izbora arhitekture, parametara obučavanja, obučavajućih skupova i drugih faktora, ali ne i od samog osnovnog restauratorskog principa NM (Bishop, 2000).

U ovom radu je primenjena neuronska mreža (NM) sa sa viřeslojnim perceptronom (Milenković i ostali, 2014.).

Neka je:

$net_q$  - ulazni signal u neuron q u skrivenom sloju,

$$net_q = \sum_{j=1}^m v_{qj} x_j$$

4)

$z_q$  - izlazni signal neurona q

$$z_q = a(net_q) = a\left(\sum_{j=1}^m v_{qj} x_j\right) \quad (5)$$

Ulaz u i-ti neuron u izlaznom sloju dat je sa

$$net_i = \sum_{q=1}^l w_{iq} z_q = \sum_{q=1}^l w_{iq} a\left(\sum_{j=1}^m v_{qj} x_j\right) \quad (6)$$

Izlazi neurona u izlaznom sloju dati su sa

$$y_i = a(net_i) = a\left(\sum_{q=1}^l w_{iq} z_q\right) = a\left(\sum_{q=1}^l w_{iq} a\left(\sum_{j=1}^m v_{qj} x_j\right)\right) \quad (7)$$

Ovim je opisana prva faza, propagacija ulaznog signala. Kriterijumska funkcija obučavanja ima oblik

$$E(w) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (d_i - y_i)^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [d_i - a(net_i)]^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[ d_i - a\left(\sum_{q=1}^l w_{iq} z_q\right) \right]^2 \quad (8)$$

U skladu sa gradijentnim postupkom ekstremizacije, korekcija težina između skrivenog i izlaznog sloja je data sa

$$\Delta w_{iq} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{iq}} \quad (9)$$

odnosno uzimajući u obzir relaciju o prostiranju unapred i lančano pravilo parcijalnih izvoda za  $\partial E / \partial w_{iq}$ , važi

$$\Delta w_{iq} = -\eta \left[ \frac{\partial E}{\partial y_i} \right] \left[ \frac{\partial y_i}{\partial net_i} \right] \left[ \frac{\partial net_i}{\partial w_{iq}} \right] = \eta [d_i - y_i] [a'(net_i)] [z_q] \stackrel{\Delta}{=} \eta \delta_{0i} z_q \quad (10)$$

gde je sa  $\delta_{0i}$  označen signal greške

$$\delta_{0i} = -\frac{\partial E}{\partial net_i} = -\left[ \frac{\partial E}{\partial y_i} \right] \left[ \frac{\partial y_i}{\partial net_i} \right] = [d_i - y_i] [a'(net_i)] \quad (11)$$

gde je  $net_i$  ulaz u neuron i u izlaznom sloju, dok je

$$a'(net_i) = \frac{\partial a(net_i)}{\partial net_i} \quad (12)$$

Rezultat je u potpunosti identičan Delta pravilu za jednoslojni perceptron čiji je ulaz  $z_q$  jednak izlazu neurona iz skrivenog sloja.

Korekcija težina između neurona j u ulaznom i i neurona q u skrivenom sloju je data sa

$$\begin{aligned} v_{qj} &= \eta \left[ \frac{\partial E}{\partial v_{qj}} \right] = -\eta \left[ \frac{\partial E}{\partial net_q} \right] \left[ \frac{\partial net_q}{\partial v_{qj}} \right] = -\eta \left[ \frac{\partial E}{\partial z_q} \right] \left[ \frac{\partial z_q}{\partial net_q} \right] \left[ \frac{\partial net_q}{\partial v_{qj}} \right] \\ &= \eta \sum_{i=1}^n [(d_i - y_i) a'(net_i) w_{iq}] a'(net_q) x_j \end{aligned} \quad (13)$$

Korišćenjem izraza za signal greške  $\delta_{0i}$ , dobija se

$$\Delta v_{qj} = \eta \sum_{i=1}^n [\delta_{0i} w_{iq}] a'(net_q) x_j = \eta \delta_{hq} x_j \quad (14)$$

gde je  $\delta_{hq}$  signal greške za neuron q u skrivenom sloju i definiše se kao

$$\delta_{hq} = -\frac{\partial E}{\partial net_q} = -\left[ \frac{\partial E}{\partial z_q} \right] \left[ \frac{\partial z_q}{\partial net_q} \right] = a'(net_q) \sum_{i=1}^n \delta_{0i} w_{iq} \quad (15)$$

gde je  $net_q$  ulaz u neuron q.

Izraz za  $\delta_{hq}$  pokazuje da se ovaj signal greške za neuron q u skrivenom sloju dobija propagiranjem unazad od izlaznog sloja signala greške  $\delta_{0i}$  pridruženih izlaznim neuronima. Ovo svojstvo pokazuje važnu lokalnu osobinu algoritma. Naime, da bi se izračunala korekcija koeficijentata zadate grane potrebne su samo veličine (signali) na oba kraja ove grane .

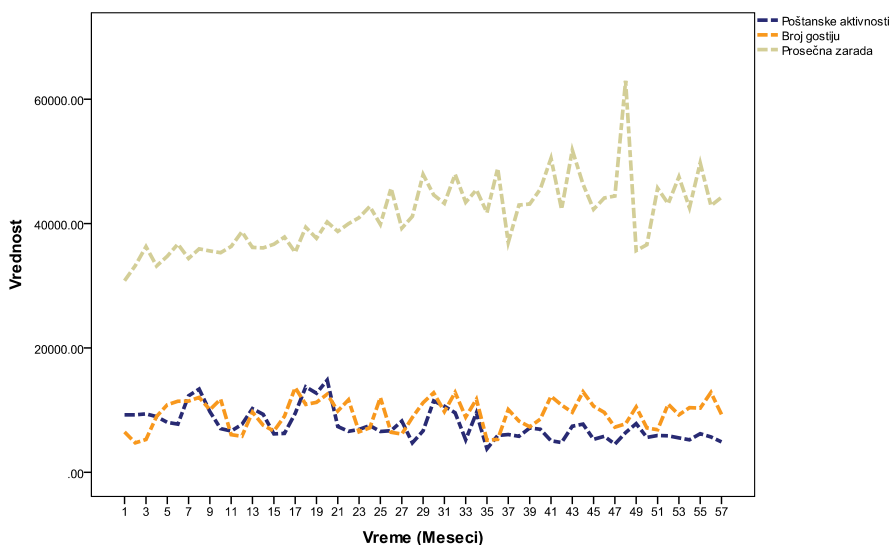
Ova razmatranja se lako mogu proširiti na perceptron sa proizvoljnim brojem slojeva, sukcesivnom primenom pravilom ulančavanja za diferenciranje. U opštem slučaju, za proizvoljan broj slojeva, pravilo korekcije težina u algoritmu propagacije greške unazad ima formu

$$\Delta w_{ij} = \eta \delta_i x_j = \eta \delta_{output-i} x_{input-j} \quad (16)$$

gde se „output-*i*“ i „input-*j*“ odnose na dva kraja konekcije neurona *j* ka neuronu *i*. Ova varijanta algoritma propagacije greške unazad je tzv. inkrementalna, tj. težine se koriguju nakon predstavljanja svakog uzorka iz obučavajućeg skupa (Lin et al. 1996).

#### 4. Modelovanje obima poštanskih usluga za područje odabrane JPM – komparativna analiza VAR modela i univarijantnih neuronskih mreža

U ovom odeljku predstavljeni su rezultati primene VAR modela i neuronskih mreža za modelovanje obima poštanskih usluga JP “Pošta Srbija” na području odabrane JPM. Za testiranje pomenutih modela korišćena je vremenska serija ukupnog mesečnog obima pismonosnih pošiljaka (RZS, 2014). Za prediktore u slučaju viševarijantne vektorske autoregresije izabrani su broj gostiju i prosečna zarada. Skup podataka obuhvata period od januara 2010. godine do septembra 2014. godine – 57 mesečnih realizacija. Sve razmotrene vremenske serije su predstavljene na Slici 2.



Slika 2. Obim poštanskih usluga, broj gostiju i prosečna zarada za period Januar 2010. – Septembar 2014. godine (RZS, 2014).

##### 4.1. VAR analiza

U ovom delu je primenjen model vektorskih autoregresija sa tri promenljive – obim poštanskih usluga, broj gostiju i prosečna zarada. Naime, preliminarnom analizom

utvrđeno je da postoji određena korelacija između datih promenljivih na šta ukazuje i vrednost koeficijenta korelacije (Tabela 1.).

**Tabela 1.** Koeficijent korelacije između razmotrenih promenljivih

	Poštanske usluge	Broj gostiju	Prosečna zarada
Poštanske usluge	1		
Broj gostiju	0.3061	1	
Prosečna zarada	-0.3545	0.0632	1

U cilju primene VAR modela za viševarijantno modelovanje posmatrane vremenske serije moraju da budu stacionarne. U ovom slučaju, obuhvaćene vremenske serije nisu stacionarne, na šta ukazuje i rezultat Dickey-Fuller testa za jedinični koren (Tabela 2.) –  $Z(t) > Z_{0.01,0.05,0.1}$  - serije imaju jedinični koren i samim tim su nestacionarne.

**Tabela 2.** Dickey-Fuller test

	Test statistika	1% Kritična vrednost	5% Kritična vrednost	10% Kritična vrednost	p-vrednost za Z(t)
<b>Vremenska serija: Obim poštanskih usluga</b>					
Regresioni oblik – sa konstantom i trendom					
Z(t)	-0.202	-3.641	-2.955	-2.611	0.9382
Regresioni oblik – bez konstante					
Z(t)	-1.218	-2.634	-1.950	-1.606	0.8624
Regresioni oblik – sa trendom					
Z(t)	-3.208	-4.233	-3.536	-3.202	0.0828
<b>Vremenska serija: Broj gostiju</b>					
Regresioni oblik – sa konstantom i trendom					
Z(t)	-1.910	-3.641	-2.955	-2.611	0.3276
Regresioni oblik – bez konstante					
Z(t)	-0.050	-2.634	-1.950	-1.606	0.6589
Regresioni oblik – sa trendom					
Z(t)	-2.169	-4.233	-3.536	-3.202	0.5070
<b>Vremenska serija: Prosečna zarada</b>					
Regresioni oblik – sa konstantom i trendom					
Z(t)	-1.639	-3.641	-2.955	-2.611	0.4626
Regresioni oblik – bez konstante					
Z(t)	0.778	-2.634	-1.950	-1.606	0.7585
Regresioni oblik – sa trendom					
Z(t)	-0.182	-4.233	-3.536	-3.202	0.9918

Prema tome, u cilju estimacije VAR modela, neophodno je vremenske serije načiniti stacionarnim što je učinjeno diferenciranjem 1. reda.

U cilju estimacije modela potrebno je utvrditi optimalnu dužinu vremenskih pomaka korišćenjem nekog od referentnih pokazatelja. Optimalna dužina vremenskih

pomaka u ovom slučaju je 12, i to na osnovu minimalne vrednosti Akaikeovog Informacionog Kriterijuma (AIC=55.0031).

U narednoj fazi, potrebno je estimovati trovarijantni VAR model za 12 vremenskih pomaka. Rezultati estimacije su dati u Tabeli 3., dok su vrednosti koeficijenata za prvu jednačinu (promenljiva poštanske usluge) predstavljeni u Tabeli 4. (za preostale dve promenljive su izostavljeni usled ograničenosti prostora). Proračuni su sprovedeni primenom probne verzije Stata 8.0 programa.

**Tabela 3.** Trovarijantni VAR(12) model

Jednačina	Broj promenljivih	RMSE	R <sup>2</sup>
Poštanske usluge	37	2665.04	0.8042
Broj gostiju	37	1791.46	0.9380
Prosečna zarada	37	4768.03	0.9219

**Tabela 4.** Koeficijenti modela za prvu promenljivu (Poštanske usluge)

	Poštanske usluge		Broj gostiju		Prosečna zarada	
	Koeficijent	Standardna greška	Koeficijent	Standardna greška	Koeficijent	Standardna greška
Pomak 1	-.7970	.2260	.4645	.2767	-.1035948	.0675
Pomak 2	-.7919	.2501	.6954	.3061	-.1540231	.0865
Pomak 3	-1.0607	.2428	.6999	.3452	-.3307016	.1079
Pomak 4	-.6960	.2798	.5209	.3423	-.1534234	.1225
Pomak 5	-.6730	.2449	.4312	.3267	-.0337749	.1484
Pomak 6	-.6302	.2778	.1955	.3152	.0639078	.1324
Pomak 7	-.0744	.2656	.1549	.3117	.2452195	.1403
Pomak 8	-.4486	.2560	.05423	.3023	.422772	.15453
Pomak 9	-.3090	.2242	-.1426	.2714	.4194869	.1856
Pomak 10	-.08488	.2616	.07632	.2330	.4576405	.1825
Pomak 11	-.1864	.1720	-.04194	.2210	.3809042	.2035
Pomak 12	.1512	.1973	.1084	.2075	-.0096515	.1506
Konst.	-918.9836	311.3959				

#### 4.2. NM analiza

U radu se koriste univarijantne NM sa višeslojnim perceptronom opisana u odeljku 2.2. primenjen na poštanske usluge. Analizom greške MAE promenama skrivenih slojeva i neurona u njima dobijena je arhitektura neuronske mreže sa najmanjom MAE greškom koja sadrži 7 neurona u srednjem i 3 skrivena sloja (videti pseudo kod).



```

*****
/* pseudo kod za algoritam NM Viseloini Perceptron*/
UpazniPodaciVremenskaSerija();
brSlojevaUSrednjem =1;
MAEmin = NMViseloiniPerceptron();
while(brSlojevaUSrednjem < 10)
{
    brNeuronaUSrednjem =5;
    while(brNeuronaUSrednjem <10)
    {
        MAE= NMViseloiniPerceptron ();
        If(MAE < MAEmin)
        {
            MAEmin=MAE;
            trenutnaArhitektura = NMViseloiniPerceptronIzlaz();
        }
        brNeuronaUSrednjem++;
    }
    brSlojevUSrednjem++
}
StampanjeRezultata (trenutnaArhitektura);
*****

```

### 4.3. Poređenje performansi VAR modela i neuronskih mreža za prognoziranje obima poštanskih usluga na području JPM

Poređenje prediktivnih karakteristika viševarijantnog VAR modela i univarijantnih neuronskih mreža je zasnovano na srednjoj apsolutnoj grešci (MAE) i korenu srednje kvadratne greške (RMSE). Vrednosti ovih kriterijuma za obe tehnike date su u Tabeli 5.

**Tabela 5.** Prediktivne performanse VAR modela i NM za modelovanje obima poštanskih usluga na području odabrane JPM

	MAE	RMSE
VAR (12)	1784.52	6013.27
NM	35.56	38.06

Kao što se iz tabele može zaključiti, NM imaju bolje prediktivne performanse u odnosu na VAR model.

## 5. Zaključna razmatranja

U ovom radu posmatran je obim poštanskih usluga JP “Pošte Srbije” za područje JPM u turističkom mestu. U cilju analize ponašanja obima poštanskih usluga u period Januar 2010. – Septembar 2014, posmatran je uticaj broja turista, kao i prosečne zarade (s obzirom na to da podaci o GDP-u nisu dostupni) na zavisnu promenljivu. U tom cilju

razvijen je VAR(12) model. Prediktivne performanse VAR modela su poređene sa univarijantnim neuronskim mrežama na osnovu nekih od poznatih mera za procenu prediktivne sposobnosti. Na osnovu rezultata izloženih u radu utvrđeno je da postoji određeni uticaj kretanja broja turista na obim poštanskih usluga, ali i da obim poštanskih usluga zavisi i od drugih faktora (zarade stanovništva). Takođe, pokazano je da se ova dva modela mogu koristiti u poštanskom sistemu za predikciju tražnje za poštanskim uslugama. Na ovaj način daje se mogućnost Pošti Srbije da u turističkim područjima planira svoje kapacitete (broj radnika, broj šaltera i radno vreme). Naravno da je za dobijanje pouzdanijih i preciznijih rezultata potrebno koristiti što je moguće veće vremenske serije.

## Literatura

- [1] Bishop, C. M., „Neural Networks for Pattern Recognition“, Oxford university press, 2000.
- [2] Huang, W., Lai, K.K., Nakamori, Y. “Forecasting foreign exchange rates with artificial neural networks: A review”, International Journal of Information Technology & Decision Making 3(1), pp. 145-165, 2004.
- [3] Lin, C.T., George Lee, C.S., „Neural Fuzzy Systems“, Prentice Hall, 1996.
- [4] MacQueen, J. B., “Some Methods for classification and Analysis of Multivariate Observations”, Proceedings of 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, University of California Press., pp. 281– 297, 1967.
- [5] Milenković, M., Bojović N., Glišović N. , Nuhodžić R., “Comparison of Sarima-ANN and Sarima-Kalman Methods for Railway Passenger Flow Forecasting”, The Second International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance, Ajaccio, Corsica, France, pp. 1-19, 2014.
- [6] Pfaff, B., “VAR, SVAR and SVEC models: Implementation within R package vars”, Journal of Statistical Software 27(4), pp. 1-32, 2008.
- [7] RZS, “Saobraćaj, skladištenje i veze - godišnji statistički izveštaj”, Zavod za statistiku, Republika Srbija, 2013.

**Abstract:** Forecasting represents prediction of a future outcome for various business phenomenon. Company must understand and use forecasts in order to obtain answers on numerous questions related to key performance determinants such as profit, demand, production costs etc. In this paper, the volume of postal activities is analyzed in PE “Post of Serbia”. More precisely, on a base of available data for selected post unit in touristic area, two modeling techniques are applied, vector autoregressive models and neural networks. Comparison of predicting performances is done by some of the most important criteria.

**Keywords:** forecasting, econometrics, vector autoregressions, neural networks, postal services

## COMPARISON OF VAR MODELS AND UNIVARIATE NEURAL NETWORKS FOR FORECASTING THE VOLUME OF POSTAL SERVICES

Miloš Milenković, Nataša Glišović, Nikola Knežević, Nebojša Bojović