PRIMENA TEORIJE IGARA ZA TARIFIRANJE TELEKOMUNIKACIONIH SERVISA

Vladanka Aćimović-Raspopović, Vesna Radonjić
Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet

Sadržaj: *U ovom radu je dat pregled nekoliko modela teorije igara koji se mogu primeniti za tarifiranje telekomunikacionih servisa. Bertrand, Cournot, Nash i Stackelberg modeli igara su ilustrovani primerima u kojima provajderi servisa, kao učesnici igara, teže ostvarivanju najbolje cene i/ili obima ponude servisa.*

Ključne reči: *teorija igara, tarifiranje, cena servisa, obim pounude servisa.*

1. Uvod

Od polovine dvadesetog veka teorija igara je dovela do revolucionarnih promena u ekonomiji. Takođe su veoma značajne primene teorije igara u društvenim naukama (politici, sociologiji, psihologiji i dr.), kao i u oblasti saobraćaja.

Deregulacija telekomunikacionih tržišta, brz razvoj Interneta i potreba za snažnom mrežnom arhitekturom, podstakli su mnoge autore na istraživanja mogućnosti primene teorije igara za rešavanje novonastalih problema u telekomunikacionim mrežama. Teorija igara obuhvata skup matematičkih alata za rešavanje složenih interakcija između racionalnih učesnika, pomoću kojih se može objasniti funkcionisanje različitih složenih telekomunikacionih sistema. Ova teorija se u telekomunikacijama može primeniti za rešavanje problema kontrole zagušenja, alokacije resursa, rutiranja, obezbeđivanja kvaliteta servisa, bezbednosti mreže, deljenja radio-komunikacionog spektra i tarifiranja telekomunikacionih servisa.

Poslednjih godina se za implementaciju tarifnih koncepata predlaže korišćenje mehanizama teorije igara, sa ciljem ostvarivanja efikasne tarifne politike. Tarifni koncept se smatra podsticajnim ukoliko izdvaja rešenje koje je optimalno i sa aspekta pojedinačnih učesnika i sa aspekta sistema u kojem se igra realizuje.

Ovaj rad je organizovan na sledeći način. U drugom poglavlju su, u okviru opšte formulacije teorije igara, objašnjene osnovne pretpostavke i elementi igara. U trećem poglavlju su opisani modeli teorije igara, čija se primena predlaže za tarifiranje telekomunikacionih servisa i u četvrtom poglavlju su data zaključna razmatranja.

2. Opšta formulacija teorije igara

Teorija igara se primenjuje kada su dve ili više strana u konfliktu i zato se često naziva matematička teorija konfliktnih situacija. Prema tome, može se reći da predmet njenog proučavanja u najširem smislu predstavljaju opšte karakteristike konfliktnih situacija.

Svaka igra se sastoji od učesnika, njihovih strategija i efekata strategija, odnosno ishoda igre (dobiti, tj. troškova učesnika igre) [1, 2, 3]. Učesnici igre donose odluke od kojih zavisi tok igre i mogu biti pojedinačni učesnici ili grupe učesnika. Svaki učesnik bira jedan potez iz skupa mogućih poteza. Svaki plan ili odluka koja definiše potez koji je na raspolaganju učesniku igre naziva se strategija. Igra može imati konačno ili beskonačno mnogo strategija, od kojih se svaki učesnik igre odlučuje za jednu. Od izbora strategije svakog učesnika zavisi rezultat tog učesnika i svih ostalih učesnika, odnosno ishod igre. Učesnici teže ostvarivanju najboljeg mogućeg rezultata u skladu sa svojim preferencijama. Smisao teorije igara je da svakom učesniku ukaže na izbor optimalne strategije. Pri višestrukom ponavljanju igre učesniku se obezbeđuje maksimalna muguća dobit, tj. minimalni mogući gubitak. Opšti princip ove teorije se naziva minmaks princip i sastoji u sledećem: „učesnik bira strategiju tako da mu dobit bude maksimalna uz, za njega, najnepovoljnije delovanje protivnika“. Rezultati učesnika mogu se izraziti preko funkcije dobiti ili funkcije gubitaka, koje preslikavaju svaki mogući rezultat u realni broj. Rezultati učesnika takođe se mogu izraziti preko relacija između preferenci, koje definišu rang rezultata. Igra G između N učesnika može se formalno predstaviti izrazom:

$$G\left[S_1,\ldots S_N, U_1(s_1,\ldots s_N),\ldots U_N(s_1,\ldots s_N)\right]. \tag{1}$$

S_n je skup strategija koje su na raspolaganju učesnicima igre, i U_n predstavlja dobit učesnika ukoliko izabere jednu od raspoloživih strategija, pri čemu $s_n \subset S_n$ i $n = 1,\ldots N$.

Osnovna pretpostavka u teoriji igara je da učesnici postupaju racionalno pri izboru strategija [3, 4]. Takođe se pretpostavlja da su učesnicima dobro poznata pravila igre. Igra opisuje koje strategije učesnici mogu da koriste i koje dobiti ostvaruju korišćenjem pojedinih strategija. U teoriji igara, rešenje igre predstavlja skup mogućih dobiti učesnika pod pretpostavkom racionalnosti. U opštem slučaju, rešenje igre je ishod takav da nijedan učesnik nema interes da jednostrano odstupi od njega.

3. Modeli igara koji se koriste u oblasti tarifiranja telekomunikacionih servisa

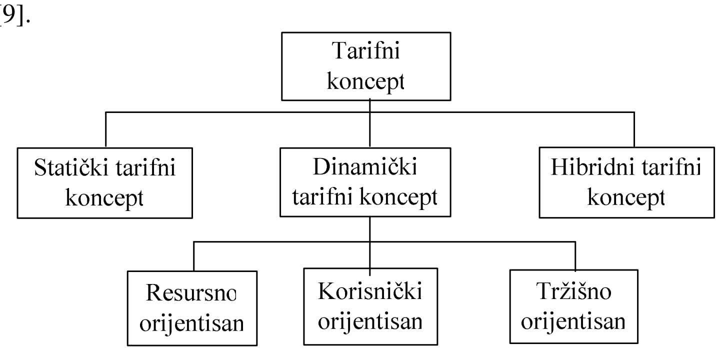
Pored primene teorije igara za analiziranje funkcionisanja različitih složenih telekomunikacionih sistema, projektovanje efikasnih i skalabilnih telekomunikacionih protokola i algoritama za alokaciju resursa mreže, neki modeli teorije igara imaju potencijalnu primenu za tarifiranje telekomunikacionih servisa.

Razlozi brojnih istraživanja mogućnosti primene teorije igara za tarifiranje telekomunikacionih servisa su:

- deregulacija telekomunikacionih tržišta, u kojima postoje uslovi za rad velikog broja provajdera servisa,
- brz razvoj Interneta, kao globalne komunikacione platforme koja obuhvata različite telekomunikacione sisteme i
- potreba za mrežnom arhitekturom koja će provajderima omogućiti ostvarivanje sigurnih prihoda i korisnike koji su zadovoljni kvalitetom i cenom servisa.

Problem tarifiranja postaje još aktuelniji u uslovima sve češćih zagušenja u telekomunikacionim mrežama. Klasifikacija tarifnih koncepata prema kriterijumu zavisnosti od stanja resursa mreže i isporučenog QoS se često navodi u literaturi, [5, 6, 7] i obuhvata podelu tarifnih koncepata na statičke, dinamičke i hibridne. Kod statičkog tarifnog koncepta, tarifa ne zavisi od trenutnog iskorišćenja resursa mreže [8]. U dinamičkim tarifnim konceptima, učestanost promena cena je povezana sa prognoziranjem u telekomunikacionim mrežama. Dinamičko tarifiranje podrazumeva da se tarifa određuje kao cena po jedinici utroška resursa (na nivou paketa, pojedinačnog ili agregatnog toka saobraćaja) i u zavisnosti od nivoa QoS koji provajder garantuje za posmatranu klasu servisa [9]. Kada se primenjuje neki od dinamičkih tarifnih koncepata, korisnik se zadužuje prema stvarnom korišćenju resursa mreže. Dinamički tarifni koncepti se mogu klasifikovati na: resursno orijentisane, korisnički orijentisane i tržišno orijentisane (Slika 1).

Većina hibridnih tarifnih koncepta se zasniva na ugovorenom profilu saobraćaja iz sporazuma o nivou servisa (SLA, *Service Level Agreement*) i dugoročnoj promeni tarife. Primena hibridnog tarifnog koncepta podrazumeva da se tokom intervala pružanja servisa vrše merenja svojstava saobraćaja koja su relevantna za korišćenje resursa, uzimajući u obzir samo odstupanja od ugovorenog profila saobraćaja. Takav pristup zahteva čuvanje manje količine podataka u odnosu na dinamičke tarifne koncepte i to samo u perifernim ruterima mreže. Stvarna tarifa određuje se na kraju intervala pružanja servisa u skladu sa konkretnom politikom provajdera, koja treba da podstiče korisnike da biraju najpogodnije profile saobraćaja prema svojim potrebama i da im se pravilno prilagode [9].



Slika 1: Klasifikacija tarifnih koncepata

Dinamički i hibridni tarifni koncepti mogu biti implementirani uz korišćenje nekih modela teorije igara. Ovde su opisani neki od najznačajnijih mehanizama teorije igara, koji su pogodni za primenu u oblasti tarifiranja telekomunikacionih servisa. Učesnici ovih igara najčešće su provajderi servisa i korisnici.

Nash ekvilibrijum predstavlja najpoznatiji koncept za određivanje rešenja u teoriji igara i podrazumeva da svaki učesnik igre bira najbolju strategiju, analizirajući sve moguće strategije svih ostalih učesnika igre.

Par strategija (s_1*, s_2*) predstavlja Nash ekvilibrijum ako je s_1* najbolja strategija prvog učesnika kada drugi učesnik koristi strategiju s_2* i ako s_2* predstavlja najbolju strategiju drugog učesnika kada prvi učesnik koristi strategiju s_1*. Matematički, par strategija čini Nash ekvilibrijum pod uslovima:

$$U_1(s_1*, s_2*) \geq U_1(s_1, s_2*) \text{ za svako } s_1 \subset S_1 \text{ i} \tag{2}$$

$$U_2(s_1*, s_2*) \geq U_2(s_1*, s_2) \text{ za svako } s_2 \subset S_2. \tag{3}$$

Definicija Nash ekvilibrijum strategija: Par strategija (s_1*, s_2*) predstavlja ekvilibrijumsko rešenje igre sa dva učesnika ako je s_1* optimalna strategija za prvog učesnika nasuprot strategiji s_2* i ako je s_2* optimalna strategija drugog učesnika nasuprot strategiji s_1*.

Nash ekvilibrijum ne mora da bude predstavljen samo jednom najboljom strategijom za svakog učesnika igre, već to može biti skup strategija za svakog učesnika, takav da nijedan učesnik nema interes da izabere strategiju iz drugog skupa koji je različit od Nash ekvilibrijuma.

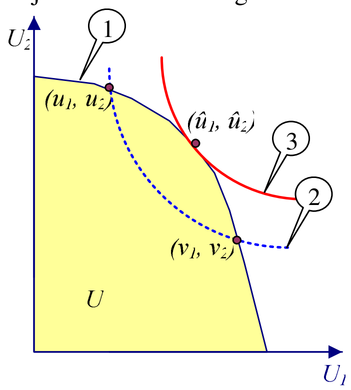
Subgame perfect Nash ekvilibrijum predstavlja rešenje takvo da strategije učesnika igre formiraju Nash ekvilibrijum u svakoj igri koja je deo originalne igre. Može se odrediti korišćenjem metode povratnog induktivnog zaključivanja (*backward induction*), koja predstavlja iterativni proces za rešavanje konačnih dinamičkih igara. Postupak se sastoji u određivanju optimalne strategije učesnika koji povlači poslednji potez u igri, a zatim se na osnovu poznavanja te strategije, određuje optimalna strategija učesnika koji povlači pretposlednji potez u igri. Postupak se nastavlja dok se ne odrede optimalne strategije svih učesnika igre. Na ovaj način se osigurava da učesnici koriste samo svoje optimalne strategije, tj. sprečava se mogućnost koja postoji čak i kod Nash ekvilibrijuma, da pojedini učesnici „prete“ strategijama koje ne predstavljaju najbolje rešenje za njih kako bi obmanuli svoje konkurente i ostvarili veću dobit od one koja im pripada na račun manje dobiti ostalih učesnika.

Nash ekvilibrijum ne postoji u svakoj igri. Na suprot tome, igra može da ima više Nash ekvilibrijuma i tada među njima treba izabrati optimalno rešenje. Najčešće korišćeni kriterijumi za izbor optimalnog rešenja su kriterijumi Pareto optimalnosti i socijalne optimalnosti. Rešenje igre je Pareto optimalno ukoliko nijedan učesnik igre odstupanjem od tog rešenja ne može povećati svoju dobit a da se istovremeno ne smanji dobit bar jednog od ostalih učesnika u igri. U primenjenoj teoriji igara cilj je formirati igru čiji će ishod biti Pareto efikasan.

Rešenje igre treba da zadovolji i kriterijum socijalne optimalnosti. U složenijim igrama sa velikim brojem učesnika optimalno rešenje sa aspekta pojedinačnih učesnika ne mora da bude istovremeno optimalno rešenje sa aspekta sistema u kojem se igra realizuje. Upravo optimalno rešenje sa sistemskog aspekta predstavlja socijalno optimalno rešenje i može se odrediti korišćenjem odgovarajućih optimizacionih tehnika. Da bi se optimalno rešenje sa aspekta pojedinačnih učesnika približilo socijalno optimalnom rešenju u računarskim i telekomunikacionim mrežama se često koriste metode tarifiranja čiji su osnovni ciljevi optimizacija prihoda sistema i podsticanje efikasnog korišćenja resursa. Centralizovanom primenom efikasnog tarifnog mehanizma može se odrediti rešenje koje objedinjuje ciljeve pojedinačnih učesnika i sistema. Tarifni mehanizam se smatra podsticajnim ukoliko izdvaja rešenje kojim se postižu oba cilja. Takvo rešenje se može postići primenom dinamičkog tarifnog koncepta u kojem se korisnik zadužuje prema stvarnom korišćenju resursa.

Teorija Nash pogodbene igre (*Nash bargaining game*) se zasniva na međusobnim pogodbama učesnika i predstavlja efikasan koncept za modelovanje konkurentskih odnosa na telekomunikacionom tržištu sa malim brojem provajdera servisa. Ovaj model se najčešće koristi za rešavanje problema određivanja cena ili obima servisa koje provajderi obezbeđuju svojim korisnicima.

Model Nash igre se može definisati na sledeći način. Sve moguće alokacije izlaza i troškova označavaju se kao $y \in Y$, gde je $y = (x, c_1, \dots c_m)$, $x \in X$ i $\sum_i c_i = c(x)$, pri čemu su troškovi obezbeđivanja servisa obima x jednaki $c(x)$, $x \in X$. Ovde je x matrica $x = (x_{ij})$, gde je x_{ij} obim servisa j koji se obezbeđuje učesniku i[1]. Učesnik i treba da plati deo troškova c_i. Takođe se pretpostavlja da nakon što se uzmu u obzir troškovi koje plaća, učesnik i ima dobit na izlazu y od $u_i(y)$. Učesnici treba da se pogode oko tačke u u skupu $U = \{(U_1(y), \dots, U_m(y)) : y \in Y\}$, koji se naziva skup međusobnog pogađanja [10]. Pretpostavka je da oba učesnika dobro poznaju skup U. Usvajanje pretpostavke da oba učesnika dobro poznaju skup U znači da se uzimaju u obzir samo predlozi koji odgovaraju tačkama na "severoistočnoj" granici U, jer je jedino za te vrednosti moguće maksimiziranje dobiti učesnika igre.



Slika 2: Grafički prikaz jedne Nash pogodbene igre

U Nash igri sa dva učesnika pod pretpostavkom konveksnog skupa U (Slika 2, kriva 1), pogodba se vrši dok se ne postigne dogovor o optimalnoj tački u skupu U. Na Slici 2 dat je primer takve igre. U ovoj igri u prvom krugu, učesnik 1 predlaže da se dogovore za $(u_1, u_2) \in U$. Učesnik 2 može to da prihvati ili da dâ protivpredlog $(v_1, v_2) \in U$ u drugom krugu (Slika 2, presek krivih 1 i 2). Sada, učesnik 1 može da prihvati taj predlog ili da predloži novi u trećem krugu, i tako se igra nastavlja dok se jedan predlog ne prihvati.

Krugovi su vremenski pomereni za s jedinica vremena. Odugovlačenje se kažnjava na taj način da ako se pogodba završi u n-tom krugu, tada se dobit učesnika i smanjuje prema faktoru $\exp(-(n-1)s\eta_i)$, pri čemu je η_i koeficijent koji određuje pogodbenu poziciju učesnika i. Ako se η_1 i η_2 razlikuju, tada su učesnici imaju različite pogodbene pozicije. Treba primetiti da je ova igra stacionarna u pogledu vremena, u smislu da se u svakom neparnom krugu ustvari ponavlja igra iz kruga 1 i u svakom parnom krugu igra iz kruga 2. Prema tome, učesnik 1 može da odluči u prvom krugu koji predlog će davati u svakom neparnom krugu i da stalno daje isti predlog, npr. (u_1, u_2).

[1] x_{ij} može predstavljati profit od servisa ili neku drugu nenovčanu izlaznu veličinu koja ukazuje na korist koju učesnik igre ostvaruje odgovarajućom alokacijom.

Slično tome, učesnik 2 može odlučiti da li će ikad prihvatiti ovaj predlog i ako neće, šta će predlagati u parnim krugovima, npr. (v_1, v_2).

Učesnik 1, za dato v_2, mora izabrati $u_2 \geq e^{-s\eta_2} v_2$. Međutim, ne treba da ponudi više nego što je potrebno da bi taj predlog bio prihvaćen, što znači da je u njegovom interesu da izabere *u* tako da važi: $u_2 = e^{-s\eta_2} v_2$. Slično razmišljanje sa stanovišta učesnika 2, implicira $v_1 = e^{-s\eta_1} u_1$.

Neka su *u* i *v* dve tačke na granici *U* za koje važe prethodne jednakosti. Učesnik 2 može primeniti strategiju kojom predlaže (v_1, v_2) i prihvata predlog učesnika 1 ako i samo ako će dobiti bar u_2. Jedna od mogućih strategija za učesnika 1 je da predloži (u_1, u_2) i prihvati predlog učesnika 2 ako i samo ako će dobiti bar v_1. Ovo je par ravnotežnih strategija, u smislu da učesnik *i* ne može proći bolje ako promeni svoju strategiju dok se strategija učesnika *j* ne menja, $j \neq i$. Takođe, za svako s važi: $u_1^{1/\eta_1} u_2^{1/\eta_2} = v_1^{1/\eta_1} v_2^{1/\eta_2}$. Ovo znači da dve tačke leže na krivoj gde je $u_1^{1/\eta_1} u_2^{1/\eta_2}$ konstantno. Kako je *s* vremenski pomeraj između krugova, može se uočiti da ako $s \to 0$, tada u_i i v_i teže istoj vrednosti, npr. $\hat{u}_i$. Pod pretpostavkom da je *U* zatvoren i konveksan skup, $\hat{u}$ mora biti tačka na granici skupa *U* u kojoj se $u_1^{1/\eta_1} u_2^{1/\eta_2}$ maksimizira. To je prikazano na Slici 2 za $\eta_1 = \eta_2 = 1$. U primeru sa Slike 2, dva učesnika na jednakim pogodbenim pozicijama, postižu dogovor u tački $\hat{u}$ (Slika 2, dodir krivih 1 i 3), u kojoj se proizvod $u_1 u_2$ maksimizira, pri čemu u ovom slučaju važi jednakost $u_1 u_2 = v_1 v_2 = const.$ Ekvivalentan zapis je $\omega_i = 1/\eta_i$, gde je $u \in U$ tačka maksimizacije izraza $\omega_1 \log u_1 + \omega_2 \log u_2$. Ukoliko je učesniku 1 manje stalo do dogovora, tj. $\eta_1 < \eta_2$, tada je on na jačoj pogodbenoj poziciji, što se ogleda kroz funkciju $\log u_1$ koja ima veću težinu nego $\log u_2$ (tj. umnožava se većim težinskim faktorom).

Ako postoji više od dva učesnika, nameće se pitanje da u tački rešenja $\hat{u} = (\hat{u}_1, \hat{u}_2, ..., \hat{u}_m)$ treba da postoje za svaki par *i* i *j* vrednosti $\hat{u}_i$, $\hat{u}_j$ koje maksimiziraju $u_i^{1/\eta_i} u_j^{1/\eta_j}$ zavisno od $u \in U$ i $u_k = \hat{u}_k$, $k \neq i, j$. Ovaj uslov je zadovoljen za $\hat{u}$ kao tačku u skupu *U* gde je $\sum_i \omega_i \log u_i$ maksimalno.

Pretpostavlja se da ako pregovori ne uspeju, tada učesnici ostvaruju dobiti $d_1, d_2, ..., d_m$. Rešenje Nash igre (d, U) govori da *u* treba izabrati iz skupa *U* radi maksimiziranja:

$$\prod_{i=1}^{m} (u_i - d_i) \cdot \tag{4}$$

Nash igra se može uspešno primeniti za određivanje pravedne raspodele prihoda između dva provajdera servisa čiji je cilj ostvarivanje većih prihoda. Radi jednostavnosti, usvajamo pretpostavku da se oni nalaze na jednakim pogodbenim pozicijama, tj. $\eta_1 = \eta_2 = 1$. Prvi provajder ostvaruje prihod d_1, dok je prihod drugog provajdera označen sa d_2. Pod pretpostavkom da će ishod igre biti ukupan prihod d_3 i da oba provajdera imaju linearne dobiti pri čemu je $d_3 > d_1 + d_2$, postavlja se pitanje pravedne distribucije dobiti između učesnika igre. Prema modelu Nash igre, oni ostvaruju dobiti u_1 tj. u_2, respektivno, tako da se maksimizira izraz $(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$, na osnovu relacije (5), pod uslovom da je ispunjeno $u_1 + u_2 = d_3$. Na taj način se dobija rešenje Nash igre: $u_i = d_i + (d_3 - d_1 - d_2)/2$, i=1,2.

Za razliku od Nash igre, u kojoj svi učesnici odlučuju o izboru strategija istovremeno, u Stackelberg igri jedan učesnik prvi vrši izbor strategije, a zatim ostali učesnici odlučuju o svojim strategijama. Model Stackelberg igre predstavlja dvonivoski optimizacioni model, takav da se u okviru njega bar jedan učesnik definiše kao vođa i taj učesnik bira strategiju pre ostalih učesnika koji su definisani kao sledbenici. U Stackelberg igri postoji određeni redosled po kojem se povlače potezi. Sledbenici odlučuju o svakom narednom potezu na osnovu strategije koju je vođa prethodno izabrao. To je strategijska igra u kojoj se učesnici mogu rukovoditi prema ceni (*price leadership*) ili prema kvantitetu (*quantity leadership*). Nezavisno od toga da li model igre prioritetizuje kvantitet ili cenu, problem koji treba rešiti je pronalaženje optimalne strategije za vođu pod pretpostavkom da sledbenici kao racionalni učesnici teže optimiziranju svojih funkcija cilja uz poznato delovanje vođe.

U Stackelberg igri interakcija između vođe i sledbenika je dinamičkog karaktera [11, 12]. Vođa može da izabere strategiju kojom maksimizira svoj profit pretpostavljajući da će sledbenici izabrati strategije koje im donose najveću dobit, tzv. najbolje odgovore. Rešenje koje se na ovaj način dobija naziva se Stackelberg-ov ekvilibrijum i može se izvesti pomoću *backward induction* metode, koja prvo uzima u obzir najbolje odgovore sledbenika. Najbolji odgovori učesnika u ovoj igri mogu se dobiti na sledeći način: ako je poznata cena koju vođa predlaže, na osnovu poznate funkcije zahteva sledbenika mogu se odrediti njihovi ukupni zahtevi. Zatim se ti najbolji odgovori koriste za izračunavanje prihoda vođe i na osnovu toga vođa bira strategiju koja mu obezbeđuje najveću dobit. Ekvilibrijum se postiže u tački preseka svih najboljih odgovora.

Stackelberg igra u kojoj je cena prioritetna predstavlja dobru osnovu za rešavanje problema određivanja cena servisa koje će provajderi naplaćivati od svojih korisnika. U ovoj igri, vođa predlaže cenu servisa na osnovu koje se sledbenici opredeljuju za svoje cene istog servisa. Ovde je opisan jednostavan primer *price leadership* igre sa dva provajdera servisa, u kojoj je provajder 1 lider, koji teži ceni M, a provajder 2 njegov sledbenik. Uzimajući u obzir pretpostavku da se moguća cena nalazi u skupu $[0,1]$ i da je poznata zavisnost obima ponude servisa od cene: $x(M) = 1 - M$, kao i zavisnost troškova obezbeđivanja servisa od obima ponude servisa: $c_i(x_i) = x_i^2$, provajder 2 će pokušati da smanji cenu za vrlo malu vrednost. Sa ciljem maksimiziranja svoje dobiti: $M x_2 - x_2^2$, provajder 2 će predložiti cenu $M/2$. Može se dokazati da se za $M = 8/15$, $x_1 = 3/15$ i $x_2 = 4/15$, postiže Nash ekvilibrijum. U ovoj igri sledbenik ostvaruje veću dobit od vođe.

Stackelberg igra u kojoj je kvantitet prioritetan predstavlja dobru osnovu za rešavanje problema određivanja obima servisa koji će provajderi obezbeđivati svojim korisnicima. U takvoj igri, učesnici su obično dva ili više provajdera servisa, od kojih se prvo vođa opredeljuje za obim ponude servisa, a zatim se sledbenici, na osnovu poznate odluke vođe, odlučuju o obimu servisa koji će biti na raspolaganju njihovim korisnicima. Ovde je opisan jednostavan primer *quantity leadership* igre sa dva provajdera servisa, u kojoj je početna pretpostavka da provajder 1 želi da korisnicima obezbeđuje servis u obimu x_1. Na osnovu toga se provajder 2 opredeljuje za obim x_2. Pod uslovom da važe pretpostavke kao u prethodnom primeru, osim što je $c_i(x_i)=0$, provajder 2 bira x_2 kojim se maksimizira $x_2(1-x_1-x_2)$, tj. $x_2(x_1)=1/2(1-x_1)$, nakon što se provajder 1 opredelio za x_1. Otuda, provajder 1 treba da izabere x_1 radi maksimiziranja $x_1(1-x_1-x_2(x_1))$, odakle je $x_1=1/2$. Prema tome, Nash ekvilibrijum u ovoj igri je: $(x_1,x_2)=(1/2,1/4)$. U ovoj igri vođa ostvaruje veću dobit od sledbenika. U zavisnosti od posebnih okolnosti, u prednosti može ali ne mora biti učesnik koji povlači prvi potez.

Pored opisivanja modela konkurentnosti između dva provajdera servisa, često se razmatra primena Stackelberg igre za određivanje cene i/ili obima ponude servisa, u kojoj učestvuju provajder, kao vođa i korisnici servisa, kao sledbenici. Na taj način se formira igra sa velikim brojem učesnika. Za određivanje rešenja Stackelberg tarifnog problema sa velikim brojem učesnika ne postoji jednoznačan teorijski postupak. Različiti autori predlažu različita algoritmska rešenja [11, 12, 13, 14], u čijoj je osnovi Stackelberg model interakcije između vođe i sledbenika. Ukoliko je rešenje igre cena, matematička formulacija Stackelberg ekvilibrijuma se može predstaviti izrazom: $M^* = \arg\max_M T(M, \theta^*(M))$, pri čemu su M cena jedinice propusnog opsega, θ - zahtevani propusni opseg, T – prihod provajdera servisa, dok M^* i θ^* predstavljaju optimalnu cenu i optimalni propusni opseg, respektivno.

Igre koje su pogodne za opisivanje modela konkurentnosti između malog broja provajdera servisa su Bertrand i Cournot igre. Bertrand model se najčešće koristi za rešavanje problema određivanja cena servisa. Cournot model je pogodan za opisivanje strateškog izbora provajdera servisa koji je usmeren na obim ponude servisa. Cene servisa se prilagođavaju prema ukupnoj ponudi, tako da ceo propusni opseg može biti iskorišćen i svaki provajder dobija proporcionalan iznos prihoda od servisa. Oba ova modela predstavljaju igre sa jednim krugom u kojima se svaki učesnik mora unapred opredeliti za svoju strategiju, a da pri tom ne zna šta će preduzeti ostali učesnici [15].

Rešenje Bertrand igre, kada u njoj učestvuju samo dva učesnika sa različitim marginalnim troškovima: $c_1 < c_2$, koji su obojici učesnika poznati, može se predstaviti Nash ekvilibrijumom. U kontekstu tarifiranja telekomunikacionih servisa, učesnici mogu biti provajderi telekomunikacionih servisa i tada Nash ekvilibrijumsko rešenje predstavljaju cene koje provajderi naplaćuju od svojih korisnika za korišćenje servisa: $M_2 \in (c_1, c_2]$ i $M_1 = M_2 - \varepsilon$ (M_1 i M_2 su cene servisa koje obezbeđuju provajderi 1 i 2, respektivno i ε je beskonačno mala pozitivna vrednost). U prilog ovoj tvrdnji je činjenica da ako se provajder 1 odluči za cenu M_1, tako da je $M_1 > c_1$, provajder 2 nema motiva da odstupi od cene M_2, jer bi za njega svako smanjenje cene ispod marginalnog troška značilo gubitak. Provajder 1 će maksimizirati svoj profit sve dok je M_1 samo malo niže od M_2. Prema tome, provajder 1 će uvek profitirati sa neto dobiti koja je jednaka približno $M_2 - c_1$ po prodatoj jedinici servisa. Pošto nijedan provajder neće ponuditi cenu koja je ispod njegovog marginalnog troška, za provajdera 2 je bolja strategija $M_2 = c_2$ od strategije $M_2 = M'_2$ za svako $M'_2 < c_2$, tj. prva strategija je ili jednako dobra ili bolja od druge, za sve vrednosti M_1. Otuda, postavljanjem ograničenja $M_2 \geq c_2$, može se zaključiti da $(M_1, M_2) = (c_2 - \varepsilon, c_2)$ predstavlja Nash ekvilibrijum. U Bertrand modelu igre sa više od dva učesnika i sa jednakim i konstantnim marginalnim troškovima, optimalno rešenje je nezavisno od broja učesnika i odgovara ceni koja je jednaka marginalnom trošku.

Na sličan način se može izvršiti i analiza Cournot modela. Ukoliko u igri učestvuju dva provajdera koji pružaju isti tip servisa i ako je obim ponude servisa firme *i* na nivou x_i za *i* =1,2, tada je ukupni obim ponude $x = x_1 + x_2$, a konačnu cenu na tržištu određuje funkcija $M(x)$. Nakon što se svaki provajder opredeli za određeni obim ponude servisa, zavisno od funkcije koja obuhvata njegov izbor obima ponude servisa i izbor konkurentskog provajdera (funkcija $M(x)$), određuje se neto dobit provajdera servisa *i*, koja se može prikazati preko relacije: $\pi_i(x_1,x_2) = M(x_1+x_2)x_i - c_i(x_i)$, gde su $c_i(x_i)$ njegovi troškovi obezbeđivanja servisa obima x_i. Nash ekvilibrijum ove igre čini par (x^*_1, x^*_2), pod uslovom da ako provajder *i* izabere x_i*, za provajdera *j* nema boljeg rešenja od izbora nivoa x_j*, pri čemu važi $i, j \in \{1,2\},\ i \neq j$.

Za svakog provajdera servisa *i* (tj. za svakog učesnika u igri) definiše se kriva reakcije $x_i(x_j)$, koja predstavlja njegov optimalni izbor izlazne vrednosti (u ovom slučaju to je obim ponude servisa) u zavisnosti od očekivane vrednosti konkurentskog provajdera servisa (tj. drugog učesnika u igri) - x_j. Kriva reakcije se, u igri sa dva učesnika, određuje na osnovu sledećih jednakosti:

$$\begin{aligned}\partial\pi_1(x_1,x_2)/\partial x_1 &= M(x_1+x_2) + M'(x_1+x_2)x_1 - c'_1(x_1) = 0\\ \partial\pi_2(x_1,x_2)/\partial x_2 &= M(x_1+x_2) + M'(x_1+x_2)x_2 - c'_2(x_2) = 0\end{aligned} \tag{5}$$

Nash ekvilibrijum se nalazi u preseku ovih krivih. Može se pokazati da je, usvajanjem odgovarajućih pretpostavki za krivu reakcije (kao što je konkavnost), optimalno rešenje uvek stabilno. To znači da ako se igra odigrava kroz više krugova i ako učesnici naizmenično povlače poteze u zavisnosti od prethodnog poteza svog suparnika, tada će njihove izlazne vrednosti (*outputs*) konvergirati ka tački Nash ekvilibrijuma. Na primer, ako se x_i bira iz intervala [0,1], inverzna kriva tražnje je: $M(x_1+x_2) = 1-(x_1+x_2)$ i $c_i(x_i)=0$. Tada je: $x_i(x_j) = 1/2(1-x_j)$ i Nash ekvilibrijum je: $(x_1, x_2) = (1/3,\ 1/3)$. Rešenjem ove igre, u poređenju sa Stackelberg modelom *price leadership*, obezbeđuje se veći obim servisa za oba provajdera servisa, dok u poređenju sa Stackelberg modelom *quantity leadership*, obezbeđuje se veći obim servisa za provajdera 2, ali manji obim servisa za provajdera 1.

3. Zaključak

Analiza istraživanja u oblasti tarifiranja telekomunikacionih servisa pokazala je da se, poslednjih godina, istraživački napori sve više usmeravaju na korišćenje mehanizama teorije igara za definisanje tarifnog sistema u telekomunikacionim mrežama. U primenjenoj teoriji igara cilj je formirati igru čiji će ishod biti Pareto efikasan, pod čime se podrazumeva da se dobit nijednog učesnika igre ne može povećati a da se istovremeno dobit bar jednog od ostalih učesnika ne smanji.

U ovom radu je dat pregled modela teorije igara koji su do sada predloženi za tarifiranje telekomunikacionih servisa. Za analizu tarifnog sistema, konkurentskih odnosa između provajdera servisa i određivanje optimalnih cena sa aspekta provajdera i korisnika servisa, najčešće se koriste Bertrand, Cournot, Nash i Stackelberg modeli igara. Bertrand model se najčešće koristi za rešavanje problema određivanja cena servisa; Cournot model je pogodan za opisivanje strateškog izbora provajdera servisa koji je usmeren na obim ponude servisa; Stackelberg i Nash modeli se mogu primenjivati za rešavanje problema određivanja cena i/ili obima servisa koje provajderi obezbeđuju svojim korisnicima.

Literatura

[1] W. Nicholson, *Intermediate Microeconomics and its Application*, Harcourt, Inc, 1997.

[2] W. Nicholson, *Microeconomic Theory*, South-Western – Thompson Corporation, 2005.

[3] A. MacKenzie, L.DaSilva, *Game Theory for Wireless Engineers*, Morgan & Claypool, 2006.

[4] J. Leino, „Applications of Game Theory in Ad Hoc Networks“, Master's thesis, Helsinki University of Technology, 2003.

[5] M. Falkner, M. Devetsikiotis, I. Lambadaris, "An Overview of Pricing Concepts for Broadband IP Networks", *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol.3, no.2, 2000, pp. 2-13.

[6] A. Pras, B-J. van Beijnum, R. Parhonoyi, „Internet Accounting", *IEEE Communications Magazine*, Vol. 39, No. 5, 2001, pp. 108-113.

[7] W. Yang, *Pricing Network Resources in Differentiated Service Networks*, Ph.D. dissertation, School of Electrical and Computer Engineering, Georgia Institute of Technology, USA,2004.

[8] L. A. Da Silva, "Pricing for QoS-Enabled Networks: A Survey", *IEEE Communications Surveys& Tutorials*, vol.3, no.2, 2000, pp.2-8.

[9] C. Bouras, A. Sevasti, "Pricing QoS over Transport Networks", *Internet Research*, vol. 14, no.2, 2004, pp. 167-174.

[10] V. Radonjić, V. Aćimović-Raspopović,»Optimizacija ekonomskih efekata telekomunikacionih servisa primenom teorije igara», *TELFOR 04 – CD zbornik*, Beograd, 2004.

[11] P. Y. Nie, „Dynamic Stackelberg games under open-loop complete information“, *Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics*, 342, 2005, pp. 737-748.

[12] S. v. Hoesel, "An overview of Stackelberg pricing in networks", *European Journal of Operational Research*, vol.189, no.3, 2008, pp. 1393-1402.

[13] T. Basar, R. Srikant, „A Stackelberg Network Game with a Large Number of Followers“, *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol.115, no.3, 2002, pp.479–490.

[14] H. Chen, L. F. Pau, "Negotiation Games for Individual Services and Tariffs in Wireless Communications", 2009, dostupno na: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1504753

[15] C. Courcoubetis, R. Weber, *Pricing Communication Networks*, John Wiley & Sons Ltd, 2003.

Abstract: *In this paper several models of game theory that can be applied for pricing telecommunication services are overviewed. Bertrand, Cournot, Nash and Stackelberg models are illustrated by examples in which service providers, as participants in games, try to achieve the best price and / or quantity of delivered services.*

Keywords: *game theory, pricing, service price, quantity of delivered services.*

APPLICATION OF GAME THEORY FOR PRICING TELECOMMUNICATION SERVICES

Vladanka Aćimović-Raspopović, Vesna Radonjić