

MODELIRANJE TRAZNJE USLUGE EKSPRES PRENOSA POŠILJAKA PRIMENOM INOVATIVNOG POSTUPKA STRUKTURIRANJA FAZI REGRESIONOG MODELA

Branka Dimitrijević, Vladimir Simić
Saobraćajni fakultet Univerziteta u Beogradu

Sadržaj: *U radu je predstavljen razvijeni postupak strukturiranja fazi regresionih modela. Ovaj postupak obezbeđuje zadovoljavajući nivo kvaliteta modela i efikasnost procesa selekcije njegovih elemenata (nezavisnih promenljivih). Primena opisanog postupka, prezentovana je na primeru modeliranja tražnje usluge ekspres prenosa pošiljaka.*

Ključne reči: *fazi regresiona analiza, selekcija nezavisnih promenljivih, ekspres prenos pošiljaka.*

1. Uvod

Regresiona analiza je jedna od najpopularnijih metoda procene funkcionalne zavisnosti između zavisne i nezavisnih promenljivih. Fazi regresiona analiza predstavlja svojevršno proširenje statističke regresione analize u pogledu fazifikovanja pojedinih parametara modela. Ona je uspešno primenjena na mnoge probleme predviđanja [1,2,4], i modeliranja [3] iz oblasti saobraćaja i transporta.

Uobičajeno polazište kod fazi višestruke regresione (kao i kod klasične, odnosno statističke regresione analize) je pretpostavka linearne veze između zavisne i nezavisnih promenljivih. Međutim, nešto što se svakako ne preporučuje je modelovanje svih problema linearnim trendom, jer je u pojedinim slučajevima znatno prikladnije uvođenje u analizu određenih oblika nelinearnosti. Dalji postupak podrazumeva izbor nezavisnih promenljivih (odnosno, uticajnih faktora), koje će fazi regresioni (FR) model sadržati. Međutim, proces izbora nezavisnih promenljivih FR modela karakterišu međusobno suprotstavljeni ciljevi: s jedne strane FR model treba da obuhvati što više nezavisnih promenljivih da bi njihov informacioni sadržaj omogućio bolju sposobnost predviđanja vrednosti zavisne promenljive, dok se s druge strane smanjivanjem broja nezavisnih promenljivih uključenih u FR model izbegava pojava visoke kolinearnosti (multikolinearnosti), smanjuju se troškovi sakupljanja podataka i održavanje modela i sl.

Ako imamo u vidu da je ekspres prenos pošiljaka tokom svog razvoja postao moćna industrija, koja ima značajan uticaj na globalna ekonomska kretanja i poslovanje preduzeća u svim privrednim granama, razumljivo je interesovanje za ovu oblast poštanskog saobraćaja. Globalno posmatrano, ekspres industrija beleži stalni rast obima

ostvarenih usluga, što implicira njen dalji razvitak i povećanje udela, koji ima u nacionalnim ekonomijama. Stoga je autorima bilo interesantno da jedan, mogući, sistematizovan postupak strukturiranja FR modela prikažu na primeru usluge ekspres prenosa pošiljaka, odnosno utvrde koji to faktori mogu imati najveći uticaj na obim tražnje za ovom vrstom usluge.

U Poglavlju 2 predstavljen je inovativni postupak strukturiranja FR modela, dok je u Poglavlju 3 prezentovana njegova primena na primeru modeliranja tražnje usluge ekspres prenosa pošiljaka. Poglavlje 4 sadrži zaključna razmatranja.

2. Inovativni postupak strukturiranja FR modela

Inovativni postupak nazvan *strukturiranje FR modela*, sastoji se od sledećih koraka [5]:

Korak 1 - Preliminarna analiza podataka - analiza dijagrama rasturanja. Nacrtati i analizirati dijagrame rasturanja zavisnosti promenljivih \underline{Y} i \underline{X}_i , jer oni predstavljaju važne elemente na kojima se bazira uspešno strukturiranje.

Korak 2 - Izbor najpogodnijeg modela veze između zavisne i nezavisnih promenljivih. Analizirati $b(t)$ karakteristike matrice odgovarajućih koeficijenata korelacije R , odnosno:

$$b(t) = \sum_{i \in \Omega} |r_{ti}|, \quad t \in \Psi \quad (1)$$

gde $b(t)$ karakteristika predstavlja sumu vrednosti koeficijenata korelacije pojedinih nezavisnih promenljivih modela po t -tom tipu moguće zavisnosti, Ψ predstavlja skup T ispitivanih tipova zavisnosti (odnosno, $t = 1, \dots, T$), Ω predstavlja skup svih N analiziranih nezavisnih promenljivih (odnosno, $i = 1, \dots, N$), dok je $R = \|r_{ti}\|_{|T| \times |N|}$ matrica koeficijenata korelacije neophodna za određivanje $b(t)$ karakteristika.

Izabrati najpogodniji od analiziranih modela t^* , odnosno tip zavisnosti za koji važi:

$$b^*(t) = \max_t [b(t)], \quad t = 1, \dots, T \quad (2)$$

gde $b^*(t)$ predstavlja najveću sumu vrednosti koeficijenata korelacije pojedinih nezavisnih promenljivih modela po t -tom tipu moguće zavisnosti.

Korak 3 - Odabir nezavisnih promenljivih FR modela. U skladu sa izabranim najpogodnijim modelom veze između zavisne i nezavisnih promenljivih t^* , realizovati proces selekcije nezavisnih promenljivih FR modela.

(a) *Formirati sve individualne FR modele i utvrditi "najbolji" od njih.* Izabrati onaj model koji karakteriše najmanja vrednost rezidiju-

mske disperzije fazi regresionog modela S_Y^2 , koja se inače izračunava kao:

$$S_Y^2 = \sum_{j=1}^J (Y_j - \bar{Y}_j^{h=1})^2 \quad (3)$$

gde Y_j označava vrednost zavisne promenljive za j -ti skup podataka, a J ukupan broj skupova podataka uključenih u analizu.

(b) Formirati novi fazi višestruki regresioni model, uključivanjem u postojeći model one nezavisne promenljive koju karakteriše najveći parcijalni indeks poverenja, odnosno:

$$P_{g|h} = \left(S_Y^2(X_h) - S_Y^2(X_h, X_g) \right) / S_Y^2(X_h) = \frac{S_Y^2(X_g | X_h)}{S_Y^2(X_h)} \quad (4)$$

gde $P_{g|h}$ predstavlja vrednost parcijalnog indeksa poverenja kada g -tu nezavisnu promenljivu želimo uključiti u FR model u kojem je h -ta nezavisna promenljiva regresiona, pri čemu važi da $g, h \in \Omega$.

(c) ponavljati *Korak 3b* sve dok više ne bude bilo pozitivnih parcijalnih indeksa poverenja, pa potom preći na naredni korak.

Korak 4 - Proveriti da li je formirani fazi višestruki regresioni model pravilno definisan. Analizirati dijagrame greške procene e_j prema nezavisnoj promenljivoj X_{ij} ili centralnoj regresionoj liniji $\bar{Y}^{h=1}$. Ukoliko se utvrdi da model karakteriše postojanje trenda promene vrednosti greške procene, isključiti t^* tip zavisnosti iz skupa Ψ i vratiti se na *Korak 2*.

3. Modeliranje tražnje usluge ekspres prenosa pošiljaka postupkom strukturiranja FR modela

3.1. Post Express model

Broj prenetih Post Express pošiljaka predstavlja zavisnu promenljivu modela koji želimo strukturirati, odnosno Post Express modela. U skladu sa tim, u Tabeli 1¹ su dati podaci o broju prenetih Post Express pošiljaka službe za ekspres prenos pošiljaka JP PTT saobraćaja "Srbija" GPC Beograd, u periodu od 2004. do 2008. godine.

Tabela 1: Broj prenetih Post Express pošiljaka [6].

		godina				
		2004	2005	2006	2007	2008
kvartal	I	113361	153587	201263	319723	427363
	II	117844	171122	214627	339835	444371
	III	126009	212974	224035	363721	473537
	IV	159029	246019	322663	439912	501846

¹ Procenjene vrednosti broja prenetih pošiljaka označene su kurzivom.

U okviru faze strateškog planiranja određene usluge, veoma je važno proceniti faktore uticaja, koji imaju ili bi mogli imati pozitivan ili negativan uticaj na njen razvoj. Za potrebe identifikacije i analize faktora koji utiču na tržište poštanskih usluga, mogu se koristiti smernice iz studije "Pošta 2005" Svetskog poštanskog saveza. Ova studija je imala za cilj da proceni tendencije razvoja poštanskog saobraćaja u nastupajućim godinama. Prema mišljenju poštanskih uprava najveći uticaj na poštanski saobraćaj imaju *ekonomski* (45%), *zatim poštanski* (24%), *društveni* (21%) i *tehnološki faktori* (10%) [7].

Odgovarajuće vrednosti zavisne promenljive, odnosno podaci o broju prenetih Post Express pošiljaka u periodu od 2004. do 2008. godine dati su 2. koloni Tabele 2 (u skladu sa podacima prikazanim u Tabeli 1). Od mnogobrojnih uticajnih faktora tražnje Post Express pošiljaka, za nezavisne promenljive Post Express modela X_i , odabrane su (Tabela 2): X_1 - vreme, X_2 - BDP [milioni RSD], X_3 - obim saobraćajne grupe aktivnosti u okvirima BDP-a [milioni RSD], X_4 - doprinos "saobraćajne aktivnosti" rastu BDP-a [%], X_5 - indeks rasta cena na malo [%], X_6 - indeks troškova života [%], X_7 - indeks bazne inflacije [%], X_8 - izvoz [milijarde RSD], X_9 - uvoz [milijarde RSD], X_{10} - zarade po zaposlenom na Republičkom nivou [RSD], X_{11} - zarade po zaposlenom u Beogradu [RSD], X_{12} - ocena postojećeg privredog stanja, X_{13} - očekivanja srpskih privrednika, X_{14} - broj pravnih lica prema Zakonu o klasifikaciji delatnosti, X_{15} - broj "svih" pravnih lica, X_{16} - indeks broja zaposlenih u RS [%], X_{17} - indeks produktivnosti rada [%] i X_{18} - marketing [milioni RSD].

3.2. Postupak strukturiranja FR modela usluge ekspres prenosa pošiljaka

Formiranje FR strukture Post Express modela datog u Tabeli 2, realizovano je primenom *postupka strukturiranja FR modela* prezentovanog u Poglavlju 2.

Korak 1: Analiza dijagrama rasturanja.

Uobičajeno početna pretpostavka u fazi višestrukoj regresionoj analizi je linearna veza između zavisne i nezavisnih promenljivih. Međutim, kao što je prethodno naznačeno, nešto što se svakako ne preporučuje je modelovanje svih problema linearnim trendom, jer u pojedinim slučajevima znatno je prikladnije uvođenje određenih oblika nelinearnosti u analizu.

Uspešno strukturiranje modela se bazira na analizi odgovarajućih dijagrama rasturanja zavisnosti promenljivih Y i X_i ($i=1, \dots, 18$), odnosno *neophodno je nacrtati dijagrame rasturanja broja prenetih Post Express pošiljaka i svake od ne zavisnih promenljivih*. Primer jednog dijagrama rasturanja dat je na Slici 1.



Slika 1: Dijagram rasturanja broja prenetih Post Express pošiljaka (Y) i zarada po zaposlenom u Beogradu (X_{11}).

Tabela 2: Ulazno/izlazni skupovi podataka Post Express modela prognoziranja [5].

j	Y_j	X_{1j}	X_{2j}	X_{3j}	X_{4j}	X_{5j}	X_{6j}	X_{7j}	X_{8j}	X_{9j}	X_{10j}	X_{11j}	X_{12j}	X_{13j}	X_{14j}	X_{15j}	X_{16j}	X_{17j}	X_{18j}
1	113361	237087.4	19838.0	17.0	101.4	101.8	107.3	59.4	106.9	16289.3	21464.5	3.45	2.76	89774	289464	97.5	89.1	24.215	
2	117844	258161.2	21479.2	13.5	104.6	106.4	113.7	251.9	383.2	17965.6	23453.0	3.31	2.84	96335	257645	96.4	92.4	41.205	
3	126009	278819.5	23347.3	14.9	108.9	110.3	119.2	331.2	1019.4	19641.9	25441.4	3.20	2.92	102188	234284	94.4	100.6	23.040	
4	159029	4305321.6	23795.9	17.7	113.1	113.5	123.9	587.7	1698.7	23145.3	29316.0	3.11	2.99	108071	218561	93.9	113.5	29.265	
5	153587	246162.1	23600.7	19.0	118.1	118.6	128.2	114.0	218.9	22166.0	28399.0	3.04	3.06	111836	209654	95.4	94.8	30.430	
6	171122	278147.4	26145.6	21.7	120.8	122.3	130.6	328.6	700.7	25035.0	31253.3	2.99	3.17	113549	210761	93.4	103.4	40.250	
7	212974	297282.2	28852.8	23.6	124.3	124.3	133.3	559.6	1257.0	26279.7	32959.0	2.98	3.14	120942	208745	91.4	109.5	33.050	
8	246019	318394.5	30568.4	28.5	129.4	129.5	137.6	815.5	1906.5	28781.0	36454.3	3.02	3.17	123486	217456	89.6	128.1	35.055	
9	201263	263153.9	31142.2	32.0	131.5	131.8	139.3	155.3	335.2	28209.0	36046.3	2.88	3.30	127797	218417	94.7	99.8	40.70	
10	214627	293642.4	34704.9	32.7	134.9	135.3	141.4	430.4	994.9	30913.7	38773.3	2.93	3.34	133300	222175	92.9	109.6	41.00	
11	224035	313764.6	37137.4	28.7	135.3	134.6	143.0	762.9	1671.8	32130.3	40408.0	3.03	3.40	127443	253287	90.9	113.6	48.00	
12	322663	328857.0	38170.6	24.9	135.8	135.3	143.3	1167.4	2389.2	35951.3	45430.3	3.05	3.40	133369	289045	88.1	133.8	47.10	
13	319723	284353.4	36163.9	16.1	137.1	136.0	143.2	212.0	436.8	35045.7	44476.7	3.06	3.43	135064	292482	94.5	100.4	61.050	
14	339835	316138.8	40908.2	17.9	140.0	138.8	144.1	587.8	1217.5	37900.3	46980.7	3.06	3.44	139893	303985	92.4	110.9	61.50	
15	363721	333912.5	44794.0	20.6	142.6	143.3	146.4	1003.0	2020.9	39107.3	48682.7	3.10	3.44	141444	309965	90.9	112.4	72.00	
16	439912	347831.6	47604.8	24.7	145.6	146.9	148.7	1408.7	2909.8	43071.3	53508.3	3.13	3.45	146404	320155	89.0	126.8	70.650	
17	427363	308480.2	42689.7	18.0	148.4	149.9	150.2	264.5	571.1	41807.3	51779.0	3.12	3.48	147821	331844	96.0	101.5	91.575	
18	444371	335242.4	47345.7	15.7	151.6	153.8	153.9	732.3	1576.7	45266.0	55093.3	3.15	3.48	151046	337066	95.2	107.4	92.250	
19	473537	350366.5	49623.4	10.8	152.1	154.7	156.3	1219.7	2542.0	46117.3	56565.0	3.15	3.49	155232	340171	94.1	106.5	108.00	
20	501846	357726.1	51619.3	8.4	152.2	155.8	158.5	1668.0	3492.4	49457.7	60613.7	3.13	3.46	158319	339042	92.8	112.1	105.975	

Korak 2: Izbor najpogodnijeg modela veze između broja prenetih Post Express pošiljaka i nezavisnih promenljivih modela.

Ovaj korak započinjemo formiranjem i analizom matrice odgovarajućih koeficijenata korelacije. Ulazni skupovi podataka uključeni u analizu ($j=1, \dots, J=20$), odnosno vrednosti nezavisnih promenljivih ($i=1, \dots, N=20$), date su u kolonama 3-20 Tabele 2.

Takođe, ispitivani modeli veze zavisne i nezavisnih promenljivih, odnosno analizirani trendovi su: 1). *Linearni* – $Y = a_0 + a_1 X$, 2). *Logaritamski* – $Y = a_0 + a_1 \ln(X)$, 3). *Inverzni* – $Y = a_0 + a_1 / \ln(X)$, 4). *Kvadratni* – $Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2$, 5). *Složeni* – $Y = a_0 \cdot a_1^X$ (linearni oblik je: $\ln(Y) = \ln(a_0) + X \ln(a_1)$), 6). *Power trend* – $Y = a_0 X^{a_1}$ (lin. oblik: $\ln(Y) = \ln(a_0) + a_1 \ln(X)$), 7). *S trend* – $Y = e^{a_0 + a_1 / X}$ (lin. oblik: $\ln(Y) = a_0 + a_1 / X$), 8). *Trend rasta* – $Y = e^{a_0 + a_1 X}$ (lin. oblik: $\ln(Y) = a_0 + a_1 X$) i 9). *Ekspone-ncijalni* – $Y = a_0 \cdot e^{a_1 X}$ (lin. oblik: $\ln(Y) = \ln(a_0) + a_1 X$).

Matrica koeficijenata korelacije $R = \left\| r_{ij} \right\|_{i,j=1}^N$, data je u Tabeli 3. Prema tome, *najpogodniji model veze* između broja prenetih Post Express pošiljaka i analiziranih nezavisnih promenljivih je **kvadratni** model, jer upravo njega karakteriše najveća vrednost $b(t)$ karakteristike, odnosno: $b^*(4) = \max_t \{ b(t) \} = 14.6563$, pa je $t^* = 4$.

Tabela 3: *Selekcija tipa modela prognoziranja analizom koeficijenata korelacije odgovarajućih modela sa jednom nez. promenljivom.*

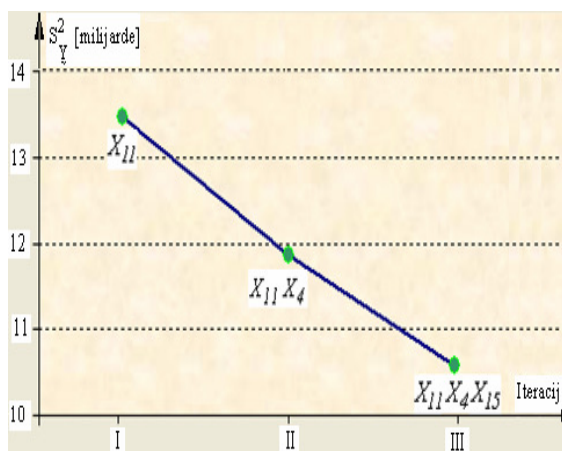
Tip modela veze (t)	Indeks nezavisne promenjive (i)																	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)
t=1: Linearni	0.975	0.852	0.970	-0.295	0.936	0.947	0.909	0.724	0.680	0.984	0.983	-0.070	0.857	0.949	0.841	-0.290	0.410	0.942
t=2: Logaritamski	0.863	0.838	0.951	-0.350	0.919	0.932	0.890	0.660	0.616	0.956	0.957	-0.048	0.847	0.926	0.819	-0.285	0.433	0.942
t=3: Inverzni	-0.616	-0.821	-0.919	0.407	-0.899	-0.913	-0.867	-0.510	-0.489	-0.904	-0.911	0.031	-0.837	-0.897	-0.795	0.283	-0.452	-0.894
t=4: Kvadratni	0.985	0.878	0.974	0.364	0.975	0.972	0.964	0.727	0.691	0.990	0.991	0.555	0.914	0.979	0.913	0.307	0.524	0.950
t=5: Složeni	0.983	0.863	0.971	-0.153	0.971	0.971	0.953	0.706	0.665	0.987	0.988	-0.220	0.924	0.976	0.760	-0.392	0.499	0.890
t=6: Power	0.930	0.857	0.974	-0.204	0.964	0.966	0.943	0.686	0.646	0.986	0.987	-0.203	0.918	0.967	0.740	-0.390	0.522	0.919
t=7: S	-0.716	-0.848	-0.964	0.265	-0.954	-0.958	-0.929	-0.572	-0.557	-0.961	-0.966	0.186	-0.911	-0.952	-0.717	0.387	-0.544	-0.903
t=8: Rast	0.983	0.863	0.971	-0.153	0.971	0.971	0.953	0.706	0.665	0.987	0.988	-0.220	0.924	0.976	0.760	-0.392	0.499	0.890
t=9: Ekspone-ncijalni	0.983	0.863	0.971	-0.153	0.971	0.971	0.953	0.706	0.665	0.987	0.988	-0.220	0.924	0.976	0.760	-0.392	0.499	0.890
b(t) = $\sum_{i=1}^N r_{ti}$																		14.653
																		13.872
																		13.802
																		13.290
																		13.872
																		13.872

Korak 3: *Odabir nezavisnih promenljivih FR modela.*

U okviru *Koraka 3a*), formirani su svi FR modeli sa jednom nezavisnom promenljivom, a potom je određen onaj individualni model $Y^{p=1} = A_0 + A_1x_i + A_2x_i^2$ ($i \in \Omega^{p=1}$, $\Omega = \Omega^1 = \{1, \dots, 18\}$) koga karakteriše najmanja vrednost rezidijumske disperzije². Za rešavanje problema određivanja nepoznatih parametara FR modela, korišćen je *LPSolve IDE verzija 5.5*; Analizom 18 individualnih kvadratnih FR modela, utvrđeno je da model X_{11} karakteriše najmanja S_Y^2 vrednost, odnosno: $S_{Y \min}^{2 \ p=1} = S_Y^2(X_{11}) = 13.466.554.490,22$ (Slika 2).

Prelaskom na *Korak 3b*), formirani su novi fazi višestruki regresioni modeli i odabrana ona nezavisna promenljiva koju karakteriše najveći parcijalni indeks poverenja. Prema tome, u ovom delu postupka strukturiranja modela, formirani su FR modeli oblika: $Y^2 = A_0 + A_{11}x_{11} + A_{12}x_{11}^2 + A_{21}x_i + A_{22}x_i^2$, $i \in (\Omega^2 = \Omega^1 \setminus \{11\})$. Analizom vrednosti parcijalnih indeksa poverenja nezavisnih promenljivih iz skupa Ω^2 , utvrđeno je da najveća vrednost karakteriše 4. nezavisnu promenljivu. To je očekivano, jer FR model $X_{11}X_4$ karakteriše najmanja S_Y^2 vrednost, odnosno: $S_{Y \min}^{2 \ p=2} = S_Y^2(X_{11}X_4) = 11.866.175.099,01$ (Slika 2). Prema tome, nezavisna promenljiva X_4 uključena u FR model, kao nezavisna promenljiva koju karakteriše najveća vrednosti parcijalnog indeksa poverenja, odnosno: $P_{4|11} = \min_i [P_{i|11}] = 0.1188$, $i \in \Omega^2$.

U nastavku se ponavlja *Korak 3b*) sve dok više ne bude bilo pozitivnih parcijalnih indeksa poverenja. Prema tome, u sledećoj iteraciji procesa selekcije nezavisnih promenljivih Post Express modela, treba formirani su FR modeli oblika: $Y^3 = A_0 + A_{11}x_{11} + A_{12}x_{11}^2 + A_{21}x_4 + A_{22}x_4^2 + A_{31}x_i + A_{32}x_i^2$, $i \in (\Omega^3 = \Omega^2 \setminus \{4\})$. Analizom vrednosti parcijalnih indeksa poverenja nezavisnih promenljivih iz skupa Ω^3 , utvrđeno je da najveća vrednost karakteriše 15. nezavisnu promenljivu, što je i



Slika 2: Promena vrednosti rezidijumske disperzije u toku procesa selekcije nez. prom. FR modela.

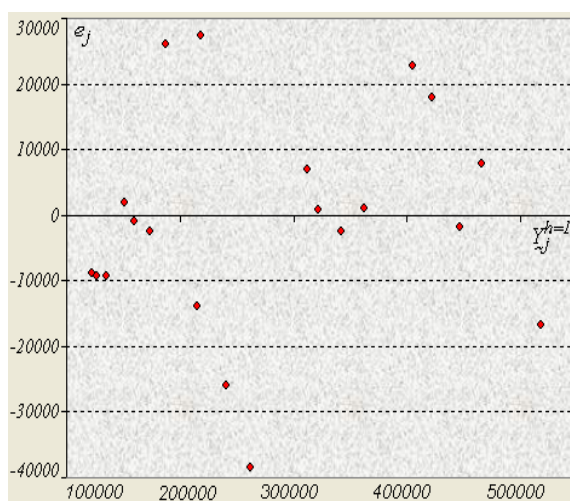
² Indeks p označava redni broj iteracije procesa selekcije nezavisnih promenljivih FR modela, a Ω^p skup raspoloživih nezavisnih promenljivih u p -toj iteraciji.

opravdano, jer i odgovarajući FR model $X_{11} X_4 X_{15}$ karakteriše najmanja S_Y^2 vrednost, odnosno: $S_{Y_{min}}^{2 p=3} = S_Y^3 (X_{11} X_4 X_{15}) = 10.569.982.517,16$ (Slika 2). Prema tome, nezavisna promenljiva X_{15} je uključena u model, jer je karakteriše najveća vrednosti parcijalnog indeksa poverenja (Tabela 4), odnosno: $P_{15|114} = \min_i [P_{i|114}] = 0.1092, i \in \Omega^3$.

Pošto je u sledećoj iteraciji utvrđeno da važi: $P_{i|11415} \leq 0, \forall i \in (\Omega^4 = \Omega^3 \setminus \{15\})$, odnosno da više nema pozitivnih parcijalnih indeksa poverenja, kao **rezultujući** usvojen je sledeći FR model: $Y^3 = (1.9668X_{11} + 0.00008765X_{11}^2 - 78.52567X_4^2 + 0.00000043X_{15}^2, 1.9668X_{11} + 0.00009521X_{11}^2 + 0.00000043X_{15}^2, 1.9668X_{11} + 0.00010277X_{11}^2 + 78.5257X_4^2 + 0.00000043X_{15}^2)$. Samim tim, završen je proces selekcije nezavisnih promenljivih.

Korak 4: Proveriti da li je formirani FR model pravilno definisan.

Analizira se dijagram greške procene e_j prema centralnoj regresionoj liniji $Y_j^{h=1}$ rezultujućeg FR modela (Slika 3), kao i dijagrami e_j prema pojedinim nezavisnim promenljivim obuhvaćenim formiranim FR modelom. Analizom je utvrđeno da su vrednosti e_j slučajno raspodeljene, iz čega proizilazi zaključak da je FR model definisan *postupkom strukturiranja FR modela kompletnan*, odnosno da nema indikacija nedostatka neke važne nezavisne promenljive (ili više njih).



Slika 3: Dijagram e_j prema $Y_j^{h=1}$.

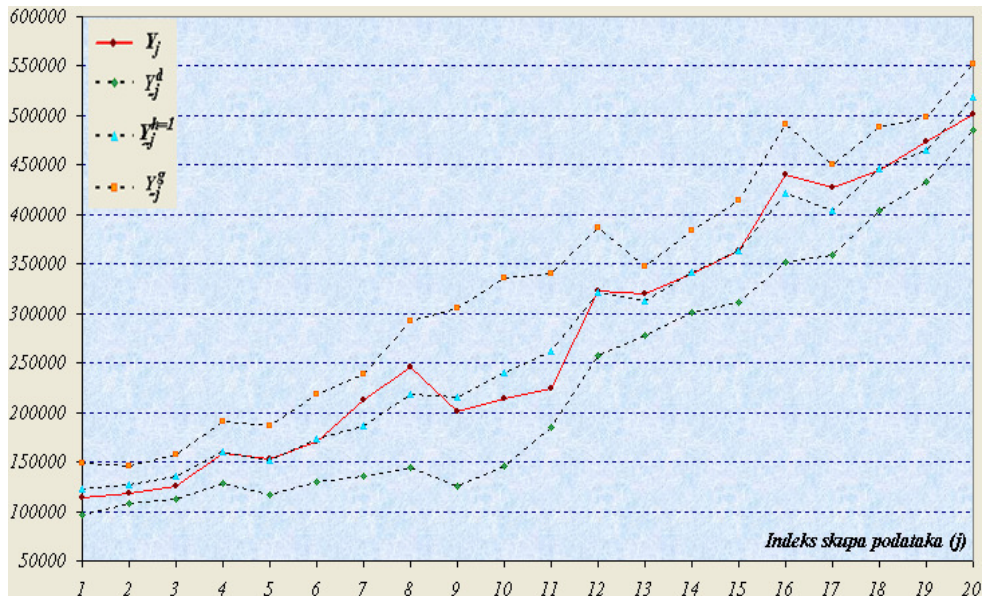
3.3. Dobijeni FR Post Express model

Uporedni prikaz opsega procenjenih vrednosti broja prenetih Post Express pošiljaka dobijenog upotrebom fazi višestruke kvadratne regresione analize i stvarnih vrednosti u intervalu od 2004. do 2008. godine na kvartalnom nivou, dat je na Slici 4. Odgovarajuće numeričke vrednosti prikazane u obliku: donja granica \underline{Y}^d , linija unutar FR intervala duž koje je ste-

kvartal, godina	$\underline{Y}_j = (\underline{Y}_j^d, \underline{Y}_j^{h=1}, \underline{Y}_j^g)$	kvartal, godina	$\underline{Y}_j = (\underline{Y}_j^d, \underline{Y}_j^{h=1}, \underline{Y}_j^g)$
I,2004	(96001,122177,148353)	III,2006	(185549,262570,339592)
II,2004	(108624,127093,145561)	IV,2006	(257562,321848,386133)
III,2004	(112984,135310,157635)	I,2007	(277365,312670,347976)
IV,2004	(128966,160063,191159)	II,2007	(300513,342355,384197)
I,2005	(117134,151577,186020)	III,2007	(311550,362786,414022)
II,2005	(129243,173602,217962)	IV,2007	(352447,421994,491541)
III,2005	(135075,187021,238967)	I,2008	(358835,404541,450247)
IV,2005	(144768,218594,292421)	II,2008	(403992,446288,488585)
I,2006	(124925,215156,305387)	III,2008	(432392,465734,499076)
II,2006	(145330,240659,335988)	IV,2008	(485227,518536,551845)

Tabela 4: Vrednosti broja prenetih pošiljaka dobijene FR Post Express modelom.

pen poklapanja jednak 1 ($\underline{Y}^{h=1}$) i gornja granica FR intervala \underline{Y}^g , date su u Tabeli 4.



Slika 4: Uporedni prikaz procene dobijene fazi višestrukim kvadratnim regresionim modelom i stvarnog stanja.

4. Zaključak

U realnom životu prisutan je veliki broj problema, koji se mogu modelirati fazi regresionom analizom. Poslednjih godina ona je dobila prilično na značaju i to ne isključivo kao metod kojim se eventualno mogu samo dopuniti rezultati dobijeni klasičnim tehnikama, već i kao jedan nezavistan metod procene. Potvrda ovoga je i značajna naučna pažnja, koja se poslednjih godina poklanja fazi regresionoj analizi, kroz brojne radove i vrlo raznovrsne primene.

U ovom radu, razvijen je fazi višestruki kvadratni regresioni model za određivanje tražnje usluge ekspres prenosa pošiljaka u periodu od 2004. do 2008. godine. Po-menuti model je formiran upotrebom inovativnog postupka nazvanog strukturiranje FR modela, koji istina ne garantuje optimalnost dobijenog modela (jer broj modela koje treba formirati kako bi se sa sigurnošću došlo do optimalnog rešenja iznosi $2^n - 1$), ali svaka-ko obezbeđuje zadovoljavajuću preciznost procene. Razvijeni postupak garantuje efikasnost procesa selekcije nezavisnih promenljivih. To je i pokazano na ilustrativnom primeru, jer se do rešenja došlo posle formiranja "samo" 66 FR modela, što je zanemarljivo u odnosu na teorijskih 262143. Finalni FR Post Express model uključuje tri nezavisne promenljive: zarade po zaposlenom u Beogradu, doprinos "saobraćajne aktivnosti" rastu BDP-a i ukupan broj registrovanih pravnih lica u Republici Srbiji. Njega karakteriše zavidna preciznost procene vrednosti zavisne promenljive, što svakako implicira i dobijanje dobrih rezultata prognoze broja prenetih Post Express pošiljaka.

Ovaj rad je podržan od strane Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije, kroz projekat TR 15018, za period 2008-2010.

Literatura

- [1] P.T. Chang, S.A. Konz, E.S. Lee, Applying fuzzy linear regression to VDT legibility, Fuzzy Sets and Systems 80, 197-204, 1996.
- [2] V. Simić, B. Dimitrijević, B. Ratković, Fazi regresiona analiza: slučaj numeričkih podataka, Zbornik radova: SYMOPIS 2009, Ivanjica, septembar 22-25, 385-388, 2009.
- [3] K.S. Ogut, Modeling car ownership in Turkey using fuzzy regression, Transportation planning and technology 29, 233-248, 2006.
- [4] T.Y. Chou, T.C. Han, G.S. Liang, C.L. Hsu, Application of Fuzzy Regression on Air Cargo Volume Forecast, Transportation Research Board Annual Meeting 8, on DVD, 2008.
- [5] V. Simić, Modeliranje tražnje usluge ekspres prenosa pošiljaka primenom fazi višestruke regresione analize, Nepublikovani radni materijal, 2008.
- [6] B. Dimitrijević, V. Simić, Neuro-fazi pristup pri proceni broja Post Express pošiljaka, Zbornik radova: PosTel 2008, str. 37-46, Beograd, 2008.
- [7] M. Brujić, R. Nedeljković, Razvoj globalnog tržišta poštanskih usluga i moguće strategije razvoja, PosTel 2006, Zbornik radova, str. 91-100, Beograd, 2006.

Abstract: *One novel approach for fuzzy regression modeling is developed and presented in this paper. This procedure provides satisfactory model quality as well as efficient selection process of its components (independent variables). The application of this approach is considered on the case study of demand modeling of express mail service.*

Keywords: *fuzzy regression analysis, independent variables selection, express mail service.*

A NOVEL FUZZY REGRESSION MODELING APPROACH AND ITS APPLICATION ON EXPRESS MAIL SERVICE

Branka Dimitrijević, Vladimir Simić