

PRIMENA FAZI ANALIZE OBAVIJANJA PODATAKA U POŠTANSKOM SAOBRAĆAJU

Ranko Nedeljković, Dragana Drenovac
Saobraćajni fakultet Univerziteta u Beogradu

Sadržaj: *DEA je metoda matematičkog programiranja koja se veoma uspešno koristi za ocenu poslovanja organizacionih jedinica, naročito u neprofitnom i uslužnom sektoru. U ovom radu je dat prikaz mogućnosti primene DEA metode za analizu efikasnosti pošta. Takođe, u uslovima neizvesnosti, za ocenu efikasnosti jedinica odlučivanja predložena je Fazi analiza obavljanja podataka.*

Ključne reči: *Fazi analiza obavljanja podataka, Teorija mogućnosti, efikasnost*

1. Uvod

Važan princip u svakom poslovanju jeste princip efikasnosti koji se može definisati kao sposobnost da se željeni ciljevi postignu uz minimalno iskorišćenje raspoloživih resursa. Za određivanje uspešnosti organizacija, u praksi se najčešće mora razmatrati više ulaza i izlaza koji su po svojoj prirodi raznorodni (finansijski, tehnički, socijalni itd.) i izražavaju se u različitim mernim jedinicama. U poslednjih nekoliko godina u praksi se za analizu takvih jedinica koristi Analiza obavljanja podataka (Data Envelopment Analysis - DEA). Ova metoda je razvijena da bi se merila efikasnost poslovanja organizacionih jedinica i to pre svega onih koje ne stvaraju profit. Najuspešnije primene DEA metode do sada su realizovane u ocenjivanju performansi bankarskih filijala, škola, odeljenja na Univerzitetu, zdravstvenih ustanova i dr.

U ovom radu DEA metoda korišćena je za određivanje efikasnosti poštanskih jedinica na osnovu realnih podataka. Prikazan je i pristup u uslovima neizvesnosti, kada podaci nisu precizno definisani. Takvi podaci mogu da se predstavljaju skupovima a efikasnost se određuje Fazi analizom obavljanja podataka.

2. DEA metoda

Organizacija čiju efikasnost treba proceniti u terminologiji DEA naziva se jedinica odlučivanja (Decision Making Unit – DMU). Tvorci DEA, Charnes, Cooper, i Rhodes su predložili pristup za izračunavanje efikasnosti koji je neparametarska tehnika, tj. ne zahteva specifičnu funkcionalnu formu, za razliku od statističkih pristupa kao što je

regresiona analiza. Oni su višestruke ulaze sveli na jedan "virtuelni" ulaz i višestruke izlaze sveli na jedan "virtuelni" izlaz koristeći težinske koeficijente. Problem dodeljivanja težina su rešili tako što su svakoj jedinici dopustili da odredi sopstvene težine sa ciljem da joj se maksimizira efikasnost (odnos težinske sume njenih izlaza i ulaza), uz ograničenje da te težine moraju biti pozitivne vrednosti i da količnik virtuelnog izlaza i virtuelnog ulaza svake jedinice ne može biti veći od 1. Ovaj problem su definisali kao zadatak linearnog programiranja koji je poznat kao "CCR ratio model". U njemu je jedinica odlučivanja neefikasna ako je moguće umanjiti bilo koji ulaz bez povećanja bilo kog drugog od ostalih ulaza a postići isti izlaz.

Na osnovu podataka o ulaznim i izlaznim promenljivim, Analiza obavljanja podataka određuje da li je neka jedinica o kojoj se odlučuje efikasna ili nije, relativno u odnosu na preostale jedinice uključene u analizu, odnosno da li se nalazi na granici efikasnosti. Granica efikasnosti u ekonomskom smislu predstavlja empirijski dobijen maksimum izlaznih promenljivih koji svaka jedinica odlučivanja može ostvariti sa datim ulaznim promenljivim i ponaša se kao obvojnica za neefikasne jedinice.

Naziv Analiza obavljanja podataka dolazi upravo od toga što metoda analizira svaku jedinicu odlučivanja i proverava da li je njene ulazne promenljive moguće obaviti odozdo (date izlazne promenljive moguće je postići sa manjom količinom ulaznih promenljivih) imajući u vidu vrednost ulaznih promenljivih preostalih jedinica, kao i da li je moguće njene izlazne promenljive obaviti odozgo (sa datim ulaznim promenljivim moguće je proizvoditi veće izlazne promenljive) na osnovu vrednosti izlaznih promenljivih preostalih jedinica. Ako je jedinicu moguće obaviti ona je relativno neefikasna, a ako nije, ona učestvuje u formiranju granice efikasnosti koja ovde predstavlja ekvivalent za graničnu funkciju proizvodnje. [1]

DEA model je formulisan u vidu sledećih zadataka:

$$\frac{\text{Max} \left(\sum_k v_k y_{km} / \sum_i u_i x_{im} \right)}{\sum_k v_k y_{ki} / \sum_i u_i x_{ij}} \geq 1, \quad v_k, u_i \geq 0$$

sa sledećim značenjem: maksimizirati efikasnost m-te jedinice uz ograničenja da efikasnost svih jedinica ne bude veća od 1.

Linearna verzija modela je:

$$\begin{aligned} \text{Max} \left(\text{Eff}_j = \sum_k v_k y_{km} \right) \\ \sum_i u_i x_{im} = b \\ \sum_k v_k y_{kj} - \sum_i u_i x_{ij} \leq 0, \forall j \\ v_k, u_i \geq 0 \text{ ili } \varepsilon \end{aligned}$$

gde su: y_{kj} – vrednost k-tog izlaza j-te jedinice, v_k – težina pridružena k-tom izlazu, x_{ij} – vrednost i-tog ulaza u j-tu jedinicu, u_i – težina i-tog ulaza, b – konstanta, Eff_j – efikasnost

j-te jedinice, ε – mala vrednost, može biti uvedena kako bi se izbeglo da neki ulaz ili izlaz bude isključen u određivanju efikasnosti.

Rešavanjem linearne verzije modela određuje se efikasnost ciljne (m-te) jedinice. Dobijene vrednosti težina (u, v) su najbolje sa stanovišta m-te jedinice. Težine dobijene za bilo koje dve jedinice mogu biti različite, jer su različite kriterijumske funkcije. Ako je posmatrana jedinica efikasna, uz njene optimalne vrednosti za težinske koeficijente nijedna druga jedinica ne može da ostvari veću vrednost izlaznih promenljivih za date ulazne promenljive, dok za neefikasne jedinice to nije slučaj.

Podaci za raznorodne ulazne i izlazne promenljive su najčešće sa veoma širokim opsegom vrednosti. Ako je DEA model invarijantan na jedinice mere, može se pribeći skaliranju podataka. [2]

3. Procedura primene DEA metode

Mogu se izdvojiti četiri glavne faze u sprovođenju studije efikasnosti korišćenjem DEA metode:

1. Definisanje i izbor jedinica odlučivanja čiju relativnu efikasnost treba odrediti - Preporučuje se da broj jedinica koje se porede bude najmanje duplo veći od broja ulaznih i izlaznih promenljivih koje se posmatraju.
2. Određivanje ulaznih i izlaznih promenljivih koji su relevantni i pogodni za procenu relativne efikasnosti izabranih jedinica odlučivanja - U ovoj fazi neophodne su konsultacije sa ljudima koji rade u jedinicama čija se efikasnost određuje. Tipični ulazi su resursi koje jedinica koristi, dok proizvedeni rezultati sačinjavaju izlaze. Serijom regresionih analiza mogu se utvrditi veze između promenljivih, ulaznih ili izlaznih. Slaba veza neke promenljive sa svim ostalim može da znači neophodnost provere da li promenljivu eliminisati. Takođe, jake veze mogu nagovestiti da su informacije predstavljene u promenljivoj već sadržane u drugim promenljivim i ponovo, treba razmisliti o eliminisanju. Ako neka od promenljivih koje su po svojoj prirodi izlazne imaju suprotan smer od indeksa efikasnosti, onda njihove vrednosti treba invertovati. Takođe, treba invertovati vrednosti ulaznih promenljivih koje kada im se povećava vrednost pri istim vrednostima preostalih promenljivih povećavaju indeks efikasnosti.
3. Izbor adekvatnog DEA modela
4. Rešavanje DEA modela, analiza i tumačenje rezultata.

4. Primer određivanja efikasnosti poštanskih jedinica

U radu su razmatrane tri dostavne pošte u užem gradskom jezgru i to: pošta Beograd 4, pošta Beograd 35 i pošta Beograd 118. U tabeli 1. prikazani su pokazatelji koji su korišćeni kao ulazne i izlazne promenljive u DEA modelima za analizu navedenih jedinica odlučivanja.

Pri analizi efikasnosti predloženih jedinica odlučivanja korišćen je CCR model. Izrađena su dva DEA modela sa različitom kombinacijom ulaznih promenljivih dok je izlazna promenljiva ista za oba modela. Na taj način se uviđa uticaj odabira promenljivih na efikasnost posmatranih jedinica odlučivanja.

ULAZI	Broj zaposlenih, Broj šaltera, Srednje vreme opsluge klijenta, Srednje vreme čekanja klijenta u redu, Površina dostavnog područja, Broj domaćinstava
IZLAZ	Ukupan obim usluga

Tabela 1. *Ulazne i izlazne promenljive u modelu*

4.1. Prvi DEA model

U prvom DEA modelu razmatrane su tri ulazne i jedna izlazna promenljiva. Ulazne promenljive su broj zaposlenih, srednje vreme opsluge klijenta u redu i broj domaćinstava, dok je izlazna promenljiva ukupan obim usluga. U tabeli 2 prikazane su njihove vrednosti. Vrednosti broja domaćinstava i ukupanog obima usluga su u širokom opsegu, pa je izvršeno skaliranje podataka.

	Broj zaposlenih	Srednje vreme opsluge klijenta (min)	Broj domaćinstava (10^3)	Ukupan obim usluga (10^6)
Beograd 4	39	2.47	6.118	2.824
Beograd 35	81	2.16	19.779	3.238
Beograd 118	49	2.07	13.233	1.974

Tabela 2. *Vrednosti promenljivih u prvom DEA modelu*

Formulacija zadatka linearnog programiranja, kada je pošta Beograd 4 ciljna jedinica, glasi:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } 2,824 v_1 \\
 & 39 u_1 + 2,47 u_2 + 6,118 u_3 = 1 \\
 & 39 u_1 + 2,47 u_2 + 6,118 u_3 - 2,824 v_1 \geq 0 \\
 & 81 u_1 + 2,16 u_2 + 19,779 u_3 - 3,238 v_1 \geq 0 \\
 & 49 u_1 + 2,07 u_2 + 13,233 u_3 - 1,974 v_1 \geq 0 \\
 & 0,001 \leq u_1 \leq 1 \quad 0,001 \leq u_2 \leq 1 \quad 0,001 \leq u_3 \leq 1 \quad 0,001 \leq v_1 \leq 1
 \end{aligned}$$

gde su u_1 , u_2 i u_3 težinski koeficijenti ulaznih promenljivih a v_1 težinski koeficijent izlazne promenljive.

Analogno postavljenom zadatku linearnog programiranja za prvu poštu, postavljeni su i rešeni linearni zadaci za preostale dve pošte. Vrednosti njihovih efikasnosti prikazane su u tabeli 3.

jedinica	efikasnost
Beograd 4	1
Beograd 35	1
Beograd 118	0,7471

Tabela 3. *Nivo efikasnosti jedinica odlučivanja u prvom DEA modelu*

Analizom je dobijeno da su pošte Beograd 4 i Beograd 35 efikasne u pogledu odnosa broja zaposlenih, vremena čekanja klijenta na opslugu, broja domaćinstava u dostavnom području i ukupnog obima usluga. Sa efikasnošću jednakoj jedinici ove jedinice odlučivanja predstavljaju granicu efikasnosti. Efikasnost preostale jedinice manja je od jedan i to ukazuje na potrebu smanjenja vrednosti ulaznih promenljivih kako bi postala efikasna za zadate izlaze. Efikasnost dobijena za poštu Beograd 118 iznosi 0,7471. To znači da bi trebalo ulaze smanjiti za 25,29% kako bi se postigla efikasnost ove jedinice sa postojećim izlazima.

Moguće je uključiti još neke izlazne promenljive, kao na primer poslovni rezultat ili stepen zadovoljenja korisnika, koji se dobija anketiranjem korisnika. Poslovni rezultat bi sigurno dao drugačiju sliku efikasnosti, pošto pošta Beograd 35, koja je po sprovedenoj analizi efikasna, ima negativan poslovni rezultat zbog velikog broja izvršilaca u fazi uručivanja pošiljaka, pa rashodi premašuju prihode. S druge strane, ova pošta na nivou radne jedinice uruči 10% svih pošiljaka. Pošta Beograd 118 ostvaruje pozitivan poslovni rezultat, pa bi shodno tome i nivo efikasnosti bio veći sa tim izlazom. Takođe, podaci korišćeni u analizi, odnose se na period prvih šest meseci tekuće godine, što je bitno za poštu Beograd 4, koja je bila prijemno-isporučna pošta za jednog velikog korisnika u okruženju i primila je više od milion pošiljaka koji se tuču upisa besplatnih akcija građana.

4.2. Drugi DEA model

U drugom DEA modelu razmatrane su takođe tri ulazne i jedna izlazna promenljiva. Razlika u odnosu na prvi DEA model je u odabiru ulaznih promenljivih. Kao ulazne promenljive uzeti su broj šaltera, vreme čekanja klijenta u redu i površina dostavnog područja, dok je izlazna promenljiva ista kao i u prethodnom modelu. Vrednosti korišćenih promenljivih i efikasnosti jedinica odlučivanja prikazane su u tabeli 4. U poslednjoj koloni prikazana je i efikasnost pojedinih jedinica odlučivanja.

	Broj šaltera	Srednje vreme čekanja klijenta u redu (min)	Površina dostavnog područja (10^6 m^2)	Ukupan obim usluga (10^6)	Efikasnost
Beograd 4	13	5	0.647	2.824	1
Beograd 35	12	9.27	2.794	3.238	1
Beograd 118	5	2.63	4.071	1.974	1

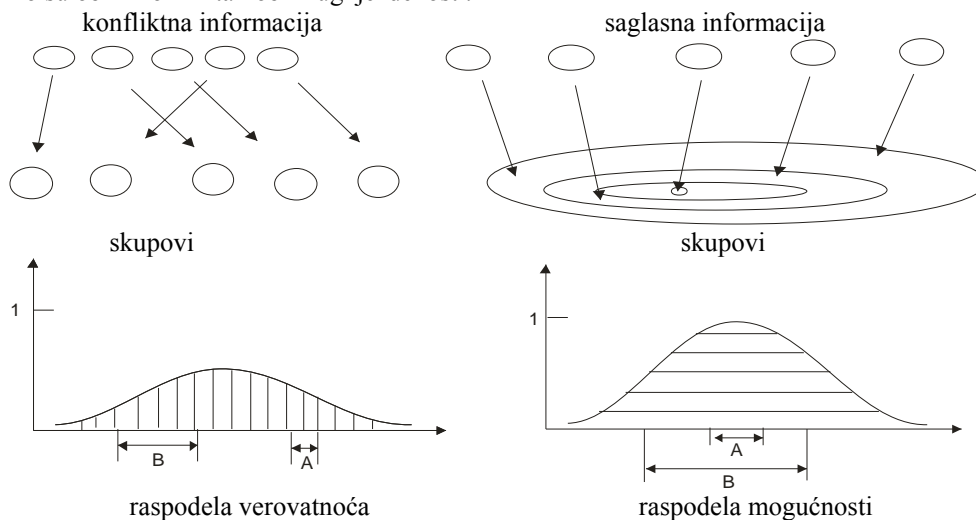
Tabela 4. Vrednosti promenljivih i efikasnosti u drugom DEA modelu

Po ovom modelu sve tri pošte koriste svoje ulaze na efikasan način. Poređenje sa prvim modelom pokazuje da se sa promenom ulaza efikasnost jedne pošte promenila, što znači da izbor ulaznih i izlaznih veličina utiče na nivo efikasnosti.

5. Fazi pristup rešavanju problema

Neizvesnost je neodvojivi deo analize mnogih sistema. U mnogim analizama, podaci su nepotpuni i približni, pa su i modeli nepotpuni. Obično se neizvesnost u inženjerstvu nije uzimala u obzir ili je razmatrana kroz teoriju verovatnoće.

Neizvesnost se razmatra u kontekstu određivanja istinitosti tvrdjenja $x \in A$. Istinitost tvrdjenja se meri raspoloživim informacijama. Informacije o x mogu biti svrstane u tri kategorije, prema načinu na koji ukazuju na postojeće skupove. Na slici 1 u prvom redu prikazana su dva oblika po kojima informacije ukazuju na različite skupove. To su oblik konflikta i oblik ugnjeđenosti.



Slika 1: Vrste informacija i odgovarajuće raspodele

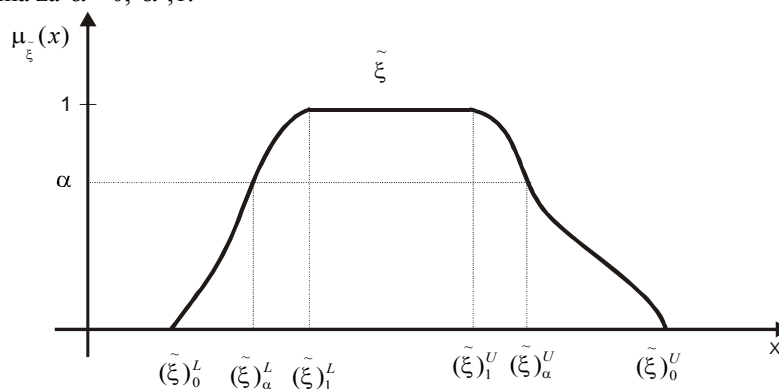
Svaka vrsta informacije povezana je sa različitom teorijom neizvesnosti. Kada su informacije međusobno nezavisne i svaka ukazuje na jedan i samo jedan skup, kaže se da su informacije konfliktne. Istinitost tvrdjenja meri se svim informacijama koje ukazuju na taj skup. U ovom slučaju koristi se teorija verovatnoće. Ako informacije ukazuju na skupove koji su ugnježdeni, onda su one u izvesnoj meri saglasne, pa tako jedna informacija koja ukazuje na jedan skup, takođe ukazuje i na njegov nadskup i na njegov podskup. Istinitost tvrdjenja ovog tipa određuje se pomoću teorije mogućnosti. [2]

Na slici 1 u drugom redu prikazane su raspodele verovatnoća i raspodele mogućnosti. Pojedinačne informacije, prikazane horizontalnim linijama, odgovaraju intervalima, koji su ugnježdeni. Maksimalna vrednost raspodele je 1. Na slici se vidi da informacija, koja ukazuje na skup A, takođe ukazuje i na njegov nadskup, skup B što znači da su informacije u izvesnoj meri saglasne. [3]

Teorija mogućnosti može se formulisati ne samo kroz ugnježdene skupove već i preko fazi skupova. Fazi skup se može predstaviti pomoću unije skupova sa jasno definisanim granicama, njegovih α preseka. Razloženi fazi skup može se posmatrati kao skup ugnježenih α preseka. Kada se fazi skup razloži na uniju α preseka, njemu se dodeli funkcija raspodele mogućnosti, koja se poklapa sa funkcijom pripadnosti fazi skupa [4].

U teoriji mogućnosti, istinitost tvrdjenja iskazuje se na dva načina. Jedan način je da se posmatraju sve informacije koje ukazuju na skup A (tvrđenje $x \in A$), bez obzira da li istovremeno ukazuju i na komplement tog skupa. Stepennost istinitosti određen ovim pristupom naziva se mera mogućnosti (possibility measure - $\pi(A)$). Drugi način je da se uzmu u obzir one informacije koje ukazuju na A, a izostave one koje ukazuju i na njegov komplement. To je mera neophodnosti (necessity measure - $N(A)$). Mera verodostojnosti Cr (Credibility measure - Cr) fazi događaja definiše se kao aritmetička sredina mera mogućnosti i neophodnosti tog događaja. Korišćenjem mere verodostojnosti izvodi se očekivana vrednost fazi promenljive.

Neka je dat normalizovan, konveksan fazi skup koji opisuje fazi promenljivu $\tilde{\xi}$ čija je funkcija pripadnosti data na slici 2. Na toj slici prikazan je i α presek sa svojim granicama za $\alpha=0, \alpha, 1$.



Slika 2. Funkcija pripadnosti skupa koji opisuje fazi promenljivu $\tilde{\xi}$

Slično očekivanoj vrednosti slučajne promenljive u teoriji verovatnoće, očekivana vrednost fazi promenljive $\tilde{\xi}$ definiše se kao

$$M(\tilde{\xi}) = \int_0^{+\infty} Cr(\tilde{\xi} \geq t) dt - \int_{-\infty}^0 Cr(\tilde{\xi} \leq t) dt$$

Specijalan slučaj je fazi promenljiva $\tilde{\xi}$ koja je opisana normalizovanim, konveksnim, trapezoidnim fazi skupom. Njena očekivana vrednost je:

$$M(\tilde{\xi}) = \frac{1}{4} ((\tilde{\xi})_1^U + (\tilde{\xi})_1^L + (\tilde{\xi})_0^U + (\tilde{\xi})_0^L)$$

Ako je funkcija pripadnosti još i simetrična, očekivana vrednost fazi promenljive nalazi se u središnjoj tački osnove odgovarajućeg fazi skupa.[5]

6. Fazi DEA model i CP-DEA model

U ovom radu za rešavanje Fazi DEA modela predložen je pristup verodostojnosti. Tim pristupom se neizvesnost u fazi funkcijama cilja i fazi

ograničenjima uključuje u analizu zamenom fazi promenljivih njihovim očekivanim vrednostima. Tako se Fazi DEA model,

$$\begin{aligned}
 & \max_{u,v} v^T \tilde{y}_0 \\
 \text{(FCCR)} & \\
 \text{pod ograničenjima} & \\
 & u^T \tilde{x}_0 = 1 \\
 & -u^T \tilde{X} + v^T \tilde{Y} \leq 0 \\
 & u, v \geq 0
 \end{aligned}$$

gde je \tilde{x}_0 - vektor kolona m fazi ulaznih promenljivih koje koristi ciljna jedinica, \tilde{X} - matrica m fazi ulaznih promenljivih n jedinica odlučivanja, \tilde{y}_0 - vektor kolona r fazi izlaznih veličina koje daje ciljna jedinica odlučivanja, \tilde{Y} - matrica r fazi izlaznih promenljivih n jedinica odlučivanja, u i v vektori kolona težina ulaza i izlaza transformiše u CP(Credibility programming)-DEA model

$$\begin{aligned}
 & \max_{u,v} M(v^T \tilde{y}_0) \\
 \text{(CP-DEA)} & \\
 \text{pod ograničenjima} & \\
 & M(u^T \tilde{x}_0) = 1 \\
 & M(-u^T \tilde{X} + v^T \tilde{Y}) \leq 0 \\
 & u, v \geq 0
 \end{aligned}$$

Jedinica odlučivanja je efikasna ako $M(v^T \tilde{y}_0)$ iznosi 1, u suprotnom je neefikasna.

U zavisnosti od oblika funkcija pripadnosti fazi skupova, kojima se opisuju ulazne i izlazne promenljive, CP-DEA model se svodi na zadatak nelinearnog ili linearnog programiranja. Kada su funkcije pripadnosti normalizovane, konveksne, trapezoidnog i simetričnog oblika, CP-DEA model postaje model linearnog programiranja

$$\begin{aligned}
 & \max_{u,v} \frac{1}{4} \left[\left(v^T \tilde{y}_0 \right)_1^U + \left(v^T \tilde{y}_0 \right)_1^L + \left(v^T \tilde{y}_0 \right)_0^U + \left(v^T \tilde{y}_0 \right)_0^L \right] \\
 & \frac{1}{4} \left[\left(u^T \tilde{x}_0 \right)_1^U + \left(u^T \tilde{x}_0 \right)_1^L + \left(u^T \tilde{x}_0 \right)_0^U + \left(u^T \tilde{x}_0 \right)_0^L \right] = 1 \\
 & \frac{1}{4} \left[\left(-u^T \tilde{X} + v^T \tilde{Y} \right)_1^U + \left(-u^T \tilde{X} + v^T \tilde{Y} \right)_1^L + \left(-u^T \tilde{X} + v^T \tilde{Y} \right)_0^U + \left(-u^T \tilde{X} + v^T \tilde{Y} \right)_0^L \right] \leq 0 \\
 & u, v \geq 0 \quad [5]
 \end{aligned}$$

7. Primer određivanja efikasnosti u uslovima neizvesnosti

Primena Fazi DEA metode pruža mogućnost sagledavanja efikasnosti pošta u uslovima neizvesnosti. Fazi DEA model razmatra tri ulazne i jednu izlaznu promenljivu, kao i prvi klasični DEA model U ovom radu je pretpostavljeno da je vremena opsluge klijenata (ulaznu promenljivu) nemoguće precizno odrediti, odnosno da ih je zbog prisutnih neizvesnosti u procesima moguće prikazati fazi skupovima. Dakle, u Fazi DEA modelu, od tri, jedna ulazna promenljiva je fazi promenljiva. Vrednosti fazi ulazne promenljive predstavljene su simetričnim, trouglastim funkcijama pripadnosti fazi skupova „oko 2.5“, „oko 2.2“ i „oko 2,1“, čiji su centri u vrednostima 2.5, 2.2, 2.1, a širine iznose 20% tih vrednosti.

Formulacija Fazi DEA modela glasi:

$$\begin{aligned} \text{Max } 2,824 v_1 \\ 39 u_1 + 2,5 u_2 + 6,118 u_3 &= 1 & 0,001 \leq u_1 \leq 1 \\ 39 u_1 + 2,5 u_2 + 6,118 u_3 - 2,824 v_1 &\geq 0 & 0,001 \leq u_2 \leq 1 \\ 81 u_1 + 2,2 u_2 + 19,779 u_3 - 3,238 v_1 &\geq 0 & 0,001 \leq u_3 \leq 1 \\ 49 u_1 + 2,1 u_2 + 13,233 u_3 - 0,787 v_1 &\geq 0 & 0,001 \leq v_1 \leq 1 \end{aligned}$$

Prema definiciji fazi promenljive leve strane ograničenja takođe predstavljaju fazi promenljive, pa se mogu uvesti njihove očekivane vrednosti. Zadatak Fazi DEA prelazi u CP-DEA model:

$$\begin{aligned} \text{Max } M(2,824 v_1) \\ M(39 u_1 + 2,5 u_2 + 6,118 u_3) &= 1 & 0,001 \leq u_1 \leq 1 \\ M(39 u_1 + 2,5 u_2 + 6,118 u_3 - 2,824 v_1) &\geq 0 & 0,001 \leq u_2 \leq 1 \\ M(81 u_1 + 2,2 u_2 + 19,779 u_3 - 3,238 v_1) &\geq 0 & 0,001 \leq u_3 \leq 1 \\ M(49 u_1 + 2,1 u_2 + 13,233 u_3 - 1,974 v_1) &\geq 0 & 0,001 \leq v_1 \leq 1 \end{aligned}$$

Očekivana vrednost fazi promenljive, koja je predstavljena fazi skupom sa normalizovanom, simetričnom i trouglastom funkcijom pripadnosti, jednaka je središnjoj vrednosti osnove fazi skupa, a CP-DEA model se svodi na model Linearnog programiranja.

$$\begin{aligned} \text{Max } 2,824 v_1 \\ 39 u_1 + 2,5 u_2 + 6,118 u_3 &= 1 & 0,001 \leq u_1 \leq 1 \\ 39 u_1 + 2,5 u_2 + 6,118 u_3 - 2,824 v_1 &\geq 0 & 0,001 \leq u_2 \leq 1 \\ 81 u_1 + 2,2 u_2 + 19,779 u_3 - 3,238 v_1 &\geq 0 & 0,001 \leq u_3 \leq 1 \\ 49 u_1 + 2,1 u_2 + 13,233 u_3 - 1,974 v_1 &\geq 0 & 0,001 \leq v_1 \leq 1 \end{aligned}$$

Uzimajući svaku poštu kao ciljnu jedinicu odlučivanja, rešenje modela daje vrednosti njihove efikasnosti: 1;1;0,7548 respektivno. Treća poštanska jedinica se opet

pokazala kao relativno neefikasna za date ulaze i izlaz. Po ovoj analizi, ulaze bi trebalo smanjiti za 24,52% kako bi bila efikasna u odnosu na ostale jedinice uključene u analizu. Ta vrednost je vrlo bliska onoj koja je dobijena klasičnim DEA modelom.

8. Zaključak

Analiza obavljanja podataka je relativno nov pristup, orijentisan na podatke, kojim se određuju performanse skupa sličnih jedinica. Poslednjih godina DEA metoda ima široku primenu u određivanju efikasnosti organizacija kakve su bolnice, univerziteti, banke i dr. U ovom radu izvršena je analiza efikasnosti tri pošte sa područja Beograda primenom Analize obavljanja podataka. Podaci korišćeni u analizi su realni, ali je sam primer ilustrativan i ima za cilj da pokaže način primene DEA metode, a ne da svojim krajnjim rezultatom da preporuke za promenu ulaza neefikasnih pošta.

U radu je razmatran i slučaj kada se ne raspolaže preciznim podacima. Neprecizni podaci se mogu predstaviti fazi skupovima, a metoda koja se koristi je Fazi analiza obavljanja podataka. Ona je primenjena na rešavanje jednog modela u kome je jedna ulazna promenljiva fazi. Funkcije pripadnosti fazi skupova, kojima se opisuje fazi promenljiva su simetrične i trouglaste, a rešenje modela je vrlo blisko rešenju klasičnog DEA modela.

Pravac daljeg istraživanja može biti strožiji pristup u odabiru ulaznih i izlaznih promenljivih, prilikom kojeg bi se izvršila serija regresionih analiza i utvrdila veza između svakog para promenljivih. Posle utvrđivanja liste promenljivih, u praktičnu analizu trebalo bi uključiti preporučeni broj pošta, koji bi trebalo da bude bar dva puta veći od broja promenljivih.

Literatura

- [1] A. Charnes, W. Cooper, E. Rhodes, Measuring the efficiency of decision making units, *European Journal of Operational Research* 2, 429-444, 1978.
- [2] D. Drenovac, D. Pjevčević, K. Vukadinović, Primena Fazi analize obavljanja podataka za merenje efikasnosti obrade rasutog tereta, *Symopsis*, 375-378, 2008.
- [3] S. Kikuchi, P. Chakroborty, Place of possibility theory in transportation analysis, *Transportation Research Part B* 40, 595-615, 2006.
- [4] G. J. Klir, B. Yuan, *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic-Theory and Applications*, Prentice Hall, 1995.
- [5] S. Lertworasirikul, S. Fang, J. Joines, H. Nuttle, "Fuzzy Data Envelopment Analysis: A Credibility Approach", p141-158, *Fuzzy Sets Based Heuristics for Optimisation* (José-Luis Verdegay ed.), Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.

Abstract: *DEA is mathematical programming method that is used very successfully in the past few years for assessing relative efficiency of organizational units, particularly in non-profit and service sector. In this paper, possibilities of application of DEA method for measuring post office efficiency are presented. Also, for assessing efficiency of decision units under uncertainty Fuzzy DEA is presented.*

Keywords: *Fuzzy data envelopment analysis, Possibility theory, efficiency*

FUZZY DATA ENVELOPMENT ANALYSIS APPLICATION IN POSTAL TRAFFIC

Ranko Nedeljković, Dragana Drenovac