

DODELA RADIO FREKVENCIJA: PRIMENA TEHNIKE BOJENJA GRAFOVA

Ranko Nedeljković, Dragana Drenovac
Saobraćajni fakultet u Beogradu

Sadržaj: *U ovom radu predstavljen je problem dodele radio frekvencija i prikazani su modeli za njegovo rešavanje. Pošto se neke klase problema dodele frekvencija mogu svesti na bojenje grafova, u radu je objašnjena tehnika bojenja grafova i uspostavljena veza sa pomenutim problemom. Na kraju je prikazano kako se dodela frekvencija može rešiti primenom jedne generalizacije bojenja grafova, T-bojenjem grafa skupom boja.*

Ključne reči: *bežične komunikacije, radio frekvencije, bojenje grafova*

1. Uvod

Problemi dodele radio frekvencija javljaju se u različitim tipovima bežičnih komunikacionih mreža. Brzim razvojem novih bežičnih servisa troši se najvažniji resurs, a to su frekvencije iz radio spektra. Kao i kod svih ograničenih i skupih resursa potrebno je ekonomično upotrebiti dostupne frekvencije. Moguće je više puta ih upotrebiti unutar jedne mreže, ali treba voditi računa da ne dođe do gubitka kvaliteta pojedinih veza.

U ovom radu prikazani su problemi dodele frekvencija (frequency assignment problem-FAP) koji se javljaju u planiranju bežičnih komunikacija. Mnogi od njih mogu se modelovati i rešiti klasičnim bojenjem grafova. Međutim, javljaju se potrebe za raznim uopštavanjima tog problema kako bi se izašlo u susret raznim organizacionim i tehničkim ograničenjima. Tada se koriste T-bojenje i T-bojenje skupom boja. U radu je dat primer dodele frekvencija u hipotetičkoj bežičnoj komunikacionoj mreži u kome se taj problem modeluje T-bojenjem skupom boja. Objasnjeno je kako se taj problem prevodi u T-bojenje, gde se aktivno razmatra samo jedno ograničenje. Rešavanje pomenutog problema i prevođenje u rešenje originalnog problema izvedeno je softverski.

2. Bežične komunikacije

Bežična komunikacija između dve tačke uspostavlja se uz pomoć predajnika i prijemnika. Predajnik stvara električne oscilacije na radio frekvenciji tj. frekvenciji nosioca. Te oscilacije se modulišu ili amplitudski ili frekvencijski. Prijemnik otkriva ove oscilacije i pretvara ih u zvuk ili sliku. Kada dva predajnika koriste istu ili sličnu frekvenciju nosioca, mogu ometati jedan drugog. Nivo interferencije zavisi od rastojanja između predajnika/prijemnika, geografske pozicije predajnika, snage signala, pravca kojim se signal prenosi i vremenskih uslova. Kada je nivo interferencije visok, primljeni signal može pasti ispod dozvoljenog odnosa signal/šum što je

neprihvatljiv gubitak u kvalitetu. Uz to, zbog ograničene dostupnosti frekvencija, više predajnika koriste istu frekvenciju unutar jedne iste mreže. Zato bi frekvencije morale pažljivo da se biraju kako bi se izbegli nivoi visokih interferencija. Izbor frekvencija na način na koji se izbegava interferencija ili se svodi na najmanju moguću meru, naziva se problem dodele frekvencija. U zavisnosti od primene, uslovi koji treba da budu zadovoljeni frekvencijskim planom, mogu biti različiti. U literaturi se može naći mnogo različitih pristupa za rešavanje ovog problema.

Danas se radio talasi koriste za bežičnu telegrafiju, radio difuziju, televiziju, mobilne telefonske mreže, radar, navigacione sisteme (kontrola vazdušnog i pomorskog saobraćaja), vojne komunikacije i kosmičke komunikacije, a svaka primena koristi specifični deo radio spektra.

3. Dodela frekvencija

Ne postoji jedan određeni problem dodele frekvencija već se on razlikuje od jedne do druge bežične komunikacione mreže. Problem dodele frekvencija ima dva osnovna aspekta:

1. Potrebno je dodeliti frekvencije skupu bežičnih komunikacionih veza tako da je moguć prenos podataka između predajnika i prijemnika. Frekvencije treba birati iz datog skupa koji zavisi od lokacije. Veći deo saobraćaja je dvosmeran pa su neophodne dve frekvencije, za svaki smer po jedna.
2. Frekvencije dodeljene dvema vezama mogu da izazovu interferenciju što dovodi do gubitka kvaliteta signala. Interferencija između dva signala javlja se istovremeno u dva slučaja:
 - Kada se radi o dve bliske frekvencije ili o harmonicima. Frekvencijski opsezi iz kojih se biraju frekvencije su suviše uzani i ne sadrže harmonike pa je zato drugi slučaj redak.
 - Veze moraju biti geografski blizu jedna druge. Signali treba da imaju sličan nivo energije na mestu gde bi mogli da ometaju jedan drugog.

Oba uslova se modeluju na različite načine. Modeli se razlikuju u ograničenjima koja utiču na izbor frekvencija kao i u ciljevima koje treba optimizirati.

Frekvencijski opseg $[f_{\min}, f_{\max}]$ koji je na raspolaganju obično se deli na određeni broj kanala, iste frekvencijske širine Δ . Maksimalan broj kanala N se dobija iz jednakosti

$$N = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{\Delta} \quad (1)$$

a sami raspoloživi kanali se obično numerišu brojevima od 1 do N i čine domen. Nisu svi kanali domena dostupni svakoj posebnoj vezi. Na primer, ako je veza blizu granice sa drugom zemljom, zbog pravila podele između zemalja smanjuje se broj kanala koji se može koristiti. Svaki kanal omogućuje komunikaciju između predajnika i prijemnika u jednom smeru pa su za dvosmerni saobraćaj potrebna dva kanala. Tako, postoje dva frekvencijska opsega, za svaki smer po jedan i svaki od opsega ima po N raspoloživih kanala. Povratna veza je na frekvenciji koja je pomerena za izvestan broj kanala na gore. Pogodnim izborom vrednosti te razlike onemogućava se ometanje kanala unapred sa povratnim kanalima. Problem se svodi na rešavanje problema dodele kanala koji prenose informacije unapred, a to se kasnije prevede na kanale unazad.

Interferencija signala meri se odnosom signal-šum (ili odnosom signal-interferencija) na prijemnom kraju veze gde signal koji se prenosi mora biti razumljiv. Šum dolazi od drugih signala koje izvori emituju na ometajućoj frekvenciji za signal koji posmatramo, i njihov broj može biti ne samo jedan već dva i više što uvećava ukupan šum na prijemu. Činjenica da na kvalitet veze može da utiče veći broj signala iz okoline u mnogim modelima obično se ne uzima u obzir, već samo uticaj jednog signala.

Pomenuti dvosmerni saobraćaj sadrži još jedan problem, čak i kada se interferencija razmatra između samo jednog para konekcija. Pošto rastojanja između primopredajnika dve veze mogu da se razlikuju, interferencije ne moraju da budu simetrične. I ovo ograničenje se obično ignoriše.

4. Pristupi u rešavanju dodele frekvencija

U zavisnosti od primene, potrebno je uspostaviti jednu ili više veza između krajnjih tačaka u nekoj oblasti. Uopšteno, jednoj vezi potrebno je dodeliti više frekvencija. Interferencija između frekvencija dodeljenih istoj vezi može se izbeći uvođenjem dodatne vrednosti za određene kombinacije frekvencija. U realnosti broj frekvencija, koji se dodeljuje vezi, menja se u toku vremena u zavisnosti od trenutne potrebe za vezom. Po ovom svojstvu, problemu dodele frekvencija može se prići na tri različita načina:

- Fiksna dodela kanala (FCA),
- Dinamička dodela kanala (DCA)
- Hibridna dodela kanala (HCA)

DCA i HCA vode poreklo od mobilnih telefonskih mreža.

Prognozirana tražnja u FCA šemi prevodi se u zahtev da se unapred svakoj vezi dodeli određeni broj frekvencija. Naknadna promena raspodele u realnom vremenu, kako bi se zadovoljila trenutna tražnja za bežičnim vezama, nije dozvoljena.

U DCA šemi, dodela frekvencija vrši se on-line sa ciljem da se zadovolji trenutna potreba i da se minimizira interferencija. Primer takve šeme je dodela po fiksnoj preferenciji. Za svaku ćeliju postoji preferentna lista frekvencija kojom se vrši opsluživanje. Takva lista može se formirati tako da je optimalna po nekoj meri performanse.

Na kraju, HCA šema je kombinacija prethodne dve i uvodi se radi poboljšanja osobina mreže. U takvoj jednoj šemi svakoj vezi se unapred dodeli izvestan broj frekvencija iz jednog dela spektra, dok se drugi deo spektra koristi za dodelu frekvencija zahtevima u realnom vremenu. Primer ovakvog pristupa je problem dodele pozajmljivanjem kanala. Vezama se dodeli fiksni broj frekvencija. Uvek kada trenutna tražnja za frekvencijama prevazilazi broj onih koje su na raspolaganju, veza može da pozajmi nekorišćene frekvencije dodeljene susednoj vezi.

Performanse mreže koje rade po DCA i HCA šemama obično se ispituju putem simulacije. Pokazuje se da pod slabim i neravnomernim saobraćajem DCA šeme su bolje od FCA. Međutim, pod ravnomernim i gustim saobraćajem FCA prevazilaze karakteristike DCA. Pored ovoga, FCA određuje granicu performanse DCA šeme. U stvari, u slučaju kada se kod DCA šeme dopušta potpuna izmena dodele, svaki put kada dođe do izmene situacije to se rešava po FCA šemi.

5. Klasifikacija modela dodele frekvencija

Osnovni problem dodele frekvencija sastoji se od pogodno definisanog cilja, ograničenja koja se odnose na dodelu i ona koja se odnose na interferenciju. Možemo razlikovati četiri modela za rešavanje FAP-a:

- Dodela frekvencija određivanjem minimalne kardinalnosti (minimum order frequency assignment tj. MO-FAP)

U ovom problemu treba dodeliti frekvencije tako da nema neprihvatljivog ometanja, a broj različitih frekvencija koje se koriste je minimalan. MO-FAP je prvi problem dodele frekvencija o kojem je pisano u literaturi. Ovaj problem je direktna generalizacija problema bojenja grafova.

- Dodela frekvencija određivanjem minimalnog spana (minimum span frequency assignment tj. MS-FAP)

U ovom problemu treba dodeliti frekvencije tako da nema neprihvatljivog ometanja, a da razlika najveće i najmanje frekvencije (razmak ili span) bude minimalna.

- Dodela frekvencija minimiziranjem blokiranja u mreži (minimum blocking frequency assignment tj. MB-FAP)

U slučaju da se u svim dodelama nalazi neprihvatljivi nivo interferencije, može se naći parcijalna dodela koja minimizira sveukupnu verovatnoću blokiranja. U MB-FAP problemu frekvencije treba dodeliti tako da nema neprihvatljive interferencije a sveukupna verovatnoća blokiranja u mreži je minimalna.

- Dodela frekvencija minimiziranjem interferencije (minimum interference frequency assignment tj. MI-FAP)

Pored pristupa u kome se nivo maksimalne interferencije minimizira, postoji i drugi pristup gde se minimizira ukupna suma nivoa interferencije. U MI-FAP problemu treba iz ograničenog skupa dopustivih frekvencija dodeliti frekvencije tako da se ukupan zbir interferencija minimizira.

6. Načini rešavanja problema dodele frekvencija

Zadatak dodele radio frekvencija je problem kombinatorne optimizacije. Za mrežu manjeg obima može se pronaći optimalni frekvencijski plan, ali sa povećanjem dimenzija posmatrane mreže dobijanje rešenja je sve teže i zahteva mnogo vremena.

Imajući u vidu teškoće koje se javljaju prilikom pronalaženja, postavlja se pitanje da li je takvo rešenje neophodno. Da li rešenje blisko optimalnom, ali dobijenom u razumnom vremenskom intervalu, može da bude zadovoljavajuće? Krenuti u tom pravcu značilo bi postavljanje kriterijuma koji govore o tome kolika je razlika u odnosu na optimalno rešenje prihvatljiva.

Zbog velikih teškoća u rešavanju različitih problema dodele frekvencija, većina istraživanja bazira se na heurističkim pristupima. U takve pristupe spadaju: greedy (gramzivi) algoritmi, lokalno pretraživanje, tabu pretraživanje, simulirano kaljenje, genetski algoritmi, veštačke neuronske mreže, mravlji algoritmi, heuristike zasnovane na teoriji grafova i dr.

7. Dodela frekvencija i teorija grafova

7.1. Tehnika bojenja grafova

Problem bojenja grafova može da se predstavi kao dodela boja čvorovima tako da dva susedna čvora ne smeju da dobiju istu boju a da se pritom upotrebi minimalan broj boja. Osobina *boja* predstavlja se kao celobrojna vrednost. Minimalni broj boja potrebnih da se graf pravilno oboji naziva se hromatski broj grafa (χ).

Obično se određuje donja granica hromatskog broja i tada se posmatraju podskupovi čvorova koji čine potpune podgrafove. Potpuni graf je graf čiji su svi čvorovi međusobno povezani. Potpuni podgraf se još zove klika, a broj čvorova ω je broj klike. U vezi sa tim je i maksimalni broj klike ω_{\max} što je broj čvorova najvećeg potpunog podgrafa u posmatranom grafu. Ta karakteristika može da se smatra donjom granicom hromatskog broja (χ) tj.

$$\omega_{\max} \leq \chi \quad (2)$$

Razmatraju se tri uopštenja klasičnog problema bojenja grafova (Graph Coloring Problem – GCP). Svako od njih, uz različita dodatna ograničenja, ima isti cilj da minimizira broj iskorišćenih boja. Pomenutim GCP pristupom se čvorovima ili dodeljuje ista boja ili ne. Uz da-ne odluku možemo uzeti u obzir za koliko se boje pojedinih čvorova moraju razlikovati tj. uvodi se rastojanje između boja u vidu težine grana. Taj problem naziva se T-bojenje grafova (T-coloring) i njegovim rešavanjem određuje se span. Takođe, može se postaviti zahtev da se pojedinim čvorovima dodeli više različitih boja, a da su skupovi boja susednih čvorova disjunktni. Tada se uvodi težina čvora i radi se o bojenju grafova skupom boja (set coloring). Kombinovanje poslednja dva problema uvodi i težine grana i težine čvorova. Potrebno je da se svaka boja iz skupa dodeljenih boja jednom čvoru razlikuje od svake boje iz skupa boja dodeljenih nekom susednom čvoru najmanje za težinu grane između njih. To je problem T-bojenja grafa skupom boja (set-T-coloring).

7.2. Veza između dodele frekvencija i teorije grafova

Teorija grafova može da dovede do veoma dobrih aproksimativnih rešenja i da postavi donju granicu minimalnog broja zahtevanih frekvencija. Veza između dodele frekvencija i teorije grafova uspostavlja se na jednostavan način. Svaki primopredajnik predstavlja se čvorom u grafu a grana označava da se primopredajnicima na njenim krajevima ne mogu dodeliti iste frekvencije. Usvajajući analogiju između boje i frekvencije, početni zadatak dodele frekvencije ekvivalentan je problemu bojenja grafa.

Ukoliko se grafu dodeli samo matrica povezanosti, njime se može predstaviti samo posebna vrsta problema dodele frekvencija. Problemi te vrste mogu da se reše klasičnim bojenjem grafova (GCP) u kome dva čvora ili dobijaju istu boju ili ne. Realni problemi dodele frekvencija su složeniji i ne mogu se posmatrati kao da-ne odluka.

Da bi se približili realnosti, potrebno je uzeti u obzir za koliko se frekvencije, dodeljene susednim čvorovima, moraju razlikovati. Praktično se uvodi rastojanje između kanala.

Drugi zadatak može biti da se dodele frekvencije skupu primopredajnika gde se za određene primopredajnike, koji koriste istu frekvenciju, definiše nivo interferencije između njih. Potrebno je naći takvu raspodelu frekvencija kojom se minimizira ukupna interferencija koja se stvara.

Oba problema mogu da se predstavje težinskim grafovima, u kojima se granama dodeljuju težine (rastojanje ili nivo interferencije). Ova klasa problema svodi se na T-bojenje grafa.

U slučaju razmatranja samo matrice povezanosti, ono što se određuje je hromatski broj, dok se uzimanjem u obzir težinske matrice određuje span.

Za čvorove u težinskim grafovima definiše se težinski stepen kao zbir težina grana koje se završavaju u posmatranom čvoru. Veličina spana zavisi od izabrane tehnike obilaženja čvorova. Važi da je

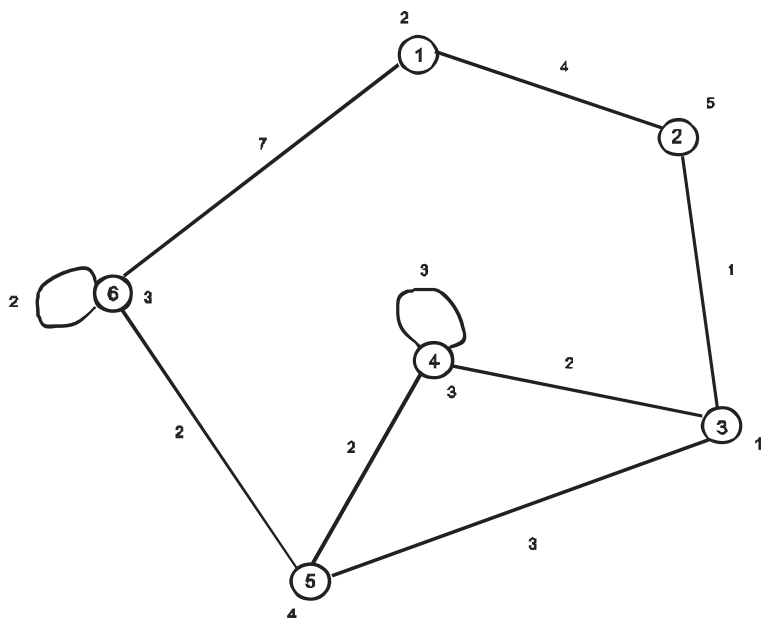
$$span \leq \Delta + 1 \quad (3)$$

gde je Δ maksimalni težinski stepen čvora.

Problemi dodele frekvencija u mobilnim telefonskim mrežama mogu da se modeluju T-bojenjem grafa i T-bojenjem grafa skupom boja. Ta vrsta mreža zasnovana je na ćelijskoj podeli oblasti koja se pokriva i svaka ćelija se predstavlja antenom koja može da sadrži više primopredajnika. Svakom primopredajniku treba dodeliti jednu frekvenciju. Tako, svakoj anteni treba dodeliti onoliko frekvencija koliko ona ima primopredajnika. Kada postavimo ograničenja da se frekvencije dve susedne antene moraju razlikovati za određeni broj kanala, a nekada i same frekvencije jedne antene, dobijamo model T-bojenja grafa skupom boja.

8. Primer primene T-bojenja grafa skupom boja u dodeli radio frekvencija

Na slici 1. prikazana je mreža sa 6 čvorova, njihovim težinama, granama i težinama grana. Njome se modeluje hipotetička bežična komunikaciona mreža sa 6 ćelija nejednake veličine, gde svaka ćelija ima 2, 5, 1, 3, 4, 3 primopredajnika pa joj je potrebno toliko frekvencija po ćeliji respektivno. To su težine čvorova.

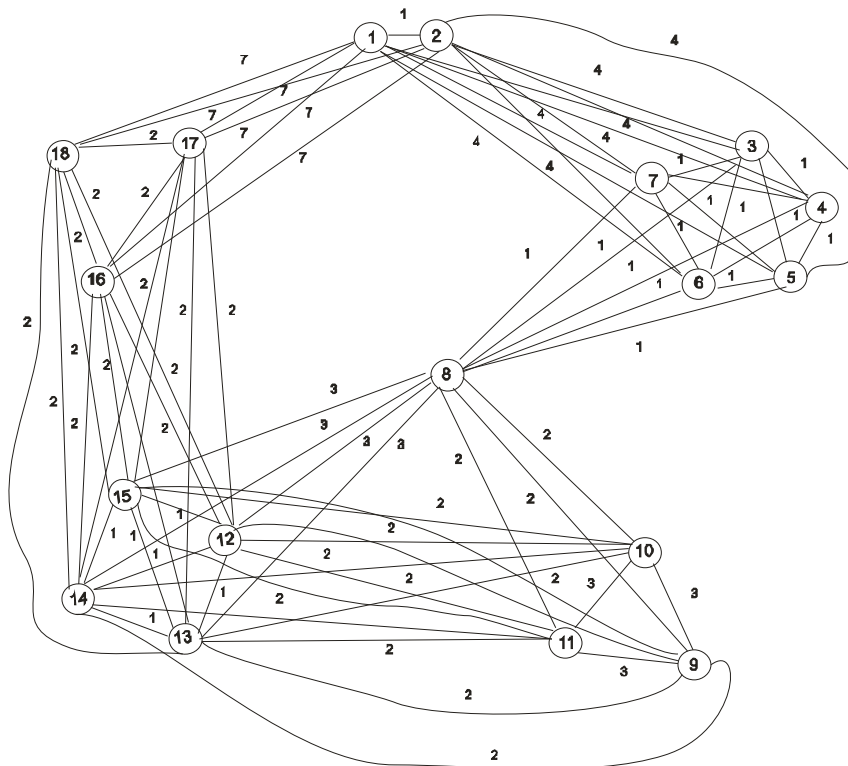


Slika 1. Primer bežične komunikacione mreže

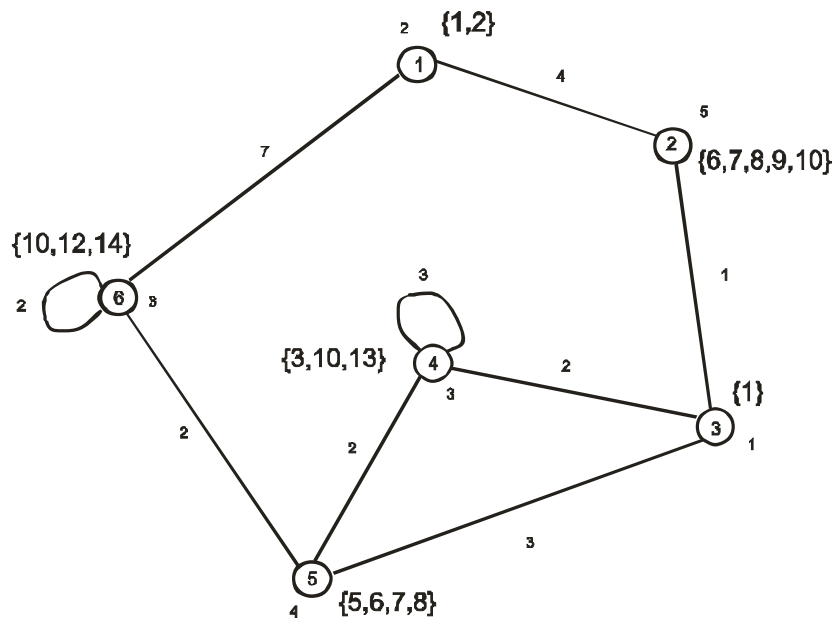
Granom se označava mogući konflikt između susjednih ćelija, a težina grane je vrednost za koliko se najmanje svaka frekvencija mora razlikovati od svake pojedine frekvencije iz skupa frekvencija dodeljenih susjednoj ćeliji kako bi se izbeglo ometanje primopredajnika koji koriste bliske frekvencije a iz različitih ćelija su. To je prvo ograničenje. Na grafu se primećuju i dve petlje na čvorovima 4 i 6. Njihove težine spadaju u težine grana i te vrednosti razdvajaju frekvencije unutar jednog skupa frekvencija iz odgovarajuće ćelije kako ne bi došlo do ometanja između primopredajnika iz iste ćelije. Kod ostalih čvorova vrednost nije navedena, a podrazumeva se da je 1. To je drugo ograničenje. Dodela frekvencija u razmatranoj mreži rešena je primenom modela T-bojenja grafa skupom boja.

Mogućnost transformacije T-bojenja grafa skupom boja u model T-bojenja pojednostavljuje iznalaženje rešenja jer se aktivno razmatra jedno ograničenje manje. Formiranje nove mreže vrši se na sledeći način. Svaki čvor polazne mreže zamenjuje se sa onoliko čvorova kolika je težina tog čvora. Nove čvorove je potrebno potpuno povezati tj. formirati kliku. Ako je petljom definisano za koliko boje tog čvora treba da se razlikuju, onda je to i težina svih grana klike, u protivnom te težine iznose 1. Na osnovu povezanosti polazne mreže vrši se dalje povezivanje čvorova u drugoj mreži. Susjedstvo dva čvora u prvoj mreži značiće da odgovarajuće klike treba potpuno povezati (svaki čvor sa svakim između klika). Težine tih grana su jednake težini grane između dva posmatrana čvora polazne mreže. Na taj način, umesto 6, dobijeno je 18 čvorova, a umesto 9, nova mreža ima 75 grana. Rezultujuća mreža prikazana je na slici 2.

Ovakav graf se lakše boji jer ima samo težine grana i treba odrediti span. Nakon toga se vrši grupisanje boja iz pojedinih klika i formiraju skupovi boja dodeljeni određenim čvorovima polazne mreže. Zadatak je softverski rešen a rešenje prikazano na slici 3.



Slika 2. Rezultujuća mreža posle transformacije T-bojenja grafa skupom boja u model T-bojenja



Slika 3. Rešenje dodele frekvencija dobijeno bojenjem grafova

9. Zaključak

Dodela radio frekvencija je važan problem u bežičnim komunikacijama koji ima direktan uticaj na kvalitet servisa ali i indirektan ekonomski uticaj (kroz izbor i iskorišćenje opreme). Ne postoji samo jedan problem dodele frekvencija, već njegova definicija zavisi npr. od odabrane tehnologije, frekvencijskog opsega, specifičnih uslova i dr.

U ovom radu definisan je i objašnjen problem dodele frekvencija u bežičnim komunikacionim mrežama. Izvršena je i klasifikacija problema u vidu četiri različita modela prema funkciji cilja i ograničenjima koja se odnose na dodelu i interferenciju. Neke klase problema dodele frekvencija svode se na problem bojenja grafova ili njegovo uopštenje. Kroz primer hipotetičke bežične komunikacione mreže prikazano je kako se dodela radio frekvencija uspešno može rešiti primenom tehnike bojenja grafova, tačnije T- bojenjem skupom boja.

Treba naglasiti da postoje neki tehnički i praktični aspekti problema dodele frekvencija koji nisu uzeti u obzir, kao što su višestruka interferencija i dinamička raspodela kanala. To bi mogao biti pravac daljeg istraživanja.

Literatura

- [1] ThanhVu H. Nguyen, *On the Graph Coloring Problem and Its Generalizations*, Master Thesis in Computer Science, Penn State Harrisburg, November 8, 2006.
- [2] Roland Beutler, *Frequency assignment and network planning for digital terrestrial broadcasting systems*, MA Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [3] Karen I. Aardal, Stan P.M. van Hoesel, Arie M.C.A. Koster, Carlo Mannino, Antonio Sassano, *Models and solution techniques for frequency assignment problem*, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin, 2001.
- [4] Andreas Eisenblätter, Martin Grötschel, Arie M.C.A. Koster, *Frequency Planning and Ramifications of Coloring*, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin, 2000.
- [5] William J. Palm III-*MATLAB for engineering applications*, McGraw Hill, 1999.
- [6] Dragoš Cvetković, *Teorija grafova i njene primene*, Naučna knjiga, Beograd 1990.
- [7] www.fap.zib.de (7.4.2007.)

Abstract: *This paper surveys frequency assignment problems coming up in planning wireless communication services. Traditional vertex coloring provides a conceptual framework for the mathematical modeling of many frequency planning problems. This basic form, however, needs various extensions to cover technical and organizational side constraints. Among these ramifications are T-coloring and set-T-coloring. This paper discusses practical frequency assignment problem, states the associated model and gives the solution.*

Keywords: *wireless communications, radio frequency, graph coloring*

FREQUENCY ASSIGNMENT PROBLEM: GRAPH COLORING TECHNIQUE APPLICATION

Ranko Nedeljković, Dragana Drenovac