*XXV Simpozijum o novim tehnologijama u poštanskom i telekomunikacionom saobraćaju – **PosTel 2007**, Beograd, 11. i 12. decembar 2007.*

LOKACIJSKI PROBLEM NEPOKRIVANJA U TELEKOMUNIKACIONIM MREŽAMA

Branka Dimitrijević, Milorad Vidović
Saobraćajni fakultet u Beogradu

Sadržaj: *Lokacijski problem nepokrivanja (Anti-Covering Lokacijski Problem-ACLP) spada u klasu važnih problema prostorne optimizacije. Ovaj problem podrazumeva da se u skupu potencijalnih lokacija kojima su pridruženi težinski koeficijenti reprezenti njihove važnosti, pronađe podskup takav da sve lokacije u njemu zadovolje uslov da su na međusobnoj udaljenosti, prostornoj ili vremenskoj, ne manjoj od neke unapred zadate i da je suma težinskih koeficijenata pridruženih tim lokacijama maksimalna. Rad se bavi ACLP-om i njegovim primenama u modeliranju i rešavanju nekih problema koji se sreću u projektovanju i eksploataciji telekomunikacionih mreža.*

***Ključne reči**: lokacija, minimalna dozvoljena udaljenost, telekomunikacije.*

1. Uvod

U ovom radu predstavljen je *lokacijski problem nepokrivanja*. U oblasti teorije lokacije, razmatrani problem nosi naziv lokacijski problem nepokrivanja, jer postoji zavisnost između potencijalnih lokacija u pogledu minimuma njihove međusobne udaljenosti, odnosno međusobnog nepokrivanja (engleski termin: Anti-Covering Location Problem – ACLP). Analizirane su formulacije ovog problema, njegove osobine, načini rešavanja i primene u modeliranju i rešavanju realnih problema u telekomunikacionim mrežama.

ACLP spada u klasu važnih problema prostorne optimizacije. Ovaj problem podrazumeva da se u skupu potencijalnih lokacija kojima su pridruženi težinski koeficijenti pokazatelji njihove važnosti, pronađe podskup takav da sve lokacije u njemu zadovolje uslov da su na međusobnoj udaljenosti ne manjoj od neke unapred zadate i da je suma težinskih koeficijenata pridruženih tim lokacijama maksimalna. ACLP je mrežni problem, kod koga čvorovi interpretiraju potencijalne lokacije i mogu da izraze njihovu važnost kroz nenegativni koeficijent koji im je pridružen, a grane mreže linkove između čvorova koji izražavaju prostornu ili vremensku udaljenost između čvorova.

U teoriji grafova postoje problemi koji su vrlo bliski ACLP-u. Oni su drugačije grafovski (mrežno) struktuirani, ali zapravo tretiraju isti ili komplementaran problem. To su: problem maksimalnog nezavisnog (unutrašnje stabilnog) skupa (Maximum Independent Set Problem), odnosno problem pakovanja čvorova/tačaka (Node/Vertex Packing Problem) i problem maksimalne klike (Maximum Clique Problem) [1]. Problemi maksimalne (otežane) klike i maksimalnog (otežanog) nezavisnog skupa spadaju u grupu prvih problema za koje je pokazano da su NP-potpuni [2]. Odatle sledi da je i ACLP NP-problem.

U Odeljku 2 data je opšta postavka ACLP-a i dosadašnji rezultati u pogledu rešavanja ovog problema. U Odeljku 3 predstavljeni su lokacijski problemi nepokrivanja koji se javljaju u projektovanju i eksploataciji telekomunikacionih mreža, ali i neki problemi u ovoj oblasti, koji po svojoj prirodi nisu lokacijski, ali se mogu formulisati kao ACLP. Ilustrativni primer i zaključna razmatranja čine Odeljak 4 i Odeljak 5, respektivno.

2. Formulacije i rešavanje ACLP-a

Posmatra se potpuno povezana mreža, predstavljena grafom G=(N,A), gde je N={1, ..., i, j, ..., n} skup čvorova – potencijalnih lokacija, a A skup grana (i,j). Svakoj grani $(i,j)\in A$ pridružen je nenegativni skalar c_{ij} koji predstavlja minimalnu udaljenost (prostornu ili vremensku) između svakog para čvorova $i\in N$, $j\in N$. Takođe, svakom čvoru $i\in N$ pridružen je težinski koeficijent v_i, koji predstavlja maksimalnu “korisnost“ lokacije. Neka je sa R označena vrednost, unapred zadate, minimalne dozvoljene udaljenosti između čvorova. Dalje, neka je $\Pi(i)$ podskup onih čvorova $j\in N$ koji su od čvora $i\in N$ udaljeni manje od unapred zadate dozvoljene udaljenosti R, ($c_{ij}<R$), ne uključujući čvor $i\in N$, odnosno:

$$\Pi(i) = \{ j \mid c_{ij} < R, i \neq j \in N \} \tag{1}$$

Prva postavka ACLP-a, koju su dali Moon i Chaudhry 1984. godine [3], u formi problema binarnog celobrojnog programiranja, izgleda ovako:

$$Max \quad Z = \sum_{i\in N} v_i x_i \tag{2}$$

$$Mx_i + \sum_{j\in\Pi(i)} x_j \leq M, \; \forall i\in N \tag{3}$$

$$x_i \in \{0,1\}, \; \forall i \in N \tag{4}$$

gde je M dovoljno veliki pozitivan broj.

Zadatak je naći vektor rešenja $\overline{x}=(x_1, ..., x_i, ..., x_n)$, pri čemu je $x_i=1$, ako je lokacija koja odgovara čvoru $i\in N$ izabrana i $x_i=0$ u suprotnom (4), koji čini da ukupna težina (korist) izabranih lokacija bude maksimalna (2). Ograničenje (3) se može nazvati ograničenje susedstva (Neighborhood Adjacency Constraint - NAC). Ako čvor $i\in N$ nije izabrana lokacija ($x_i=0$), to nema uticaja na vrednosti x_j, a ako jeste ($x_i=1$), svako x_j za koje važi $j\in\Pi(i)$ mora da uzme vrednost 0, jer se čvorovi $j\in\Pi(i)$ nalaze na udaljenosti manjoj od dozvoljene u odnosu na čvor $i\in N$.

Na osnovu grafa G=(N,A) i dozvoljene udaljenosti između čvorova R, formirajmo graf $G^{'}=(N,E)$ takav da je skup tačaka N isti kao na grafu G, a skup grana E takav da je $E=\{(i,j) \mid j\in\Pi(i),\ i,j\in T\}$, odnosno na grafu G' grane su pridružene samo parovima čvorova koji su na udaljenosti manjoj od R, što podrazumeva uvažavanje unapred zadatog ograničenja u pogledu dozvoljene udaljenosti između čvorova tokom samog definisanja grafa G'. Imajući u vidu uvedenu notaciju, ACLP se može formulisati i kao problem maksimalnog otežanog nezavisnog skupa, na sledeći način[4]:

$$Max \quad Z = \sum_{i\in N} v_i x_i \tag{5}$$

$$\sum_{i\in N} a_{ei} x_i \le 1, \ \forall e \in E \tag{6}$$

$$x_i \in \{0,1\}, \ \forall i \in N \tag{7}$$

gde je: $a_{ei}=1$, ako su čvor $i\in N$ i grana $e\in E$ susedni (incidentni); $a_{ei}=0$, u svakom drugom slučaju.

Funkcija cilja i ograničenje (7) ostaju isti kao u prethodnoj formulaciji, dok ograničenje (6) obezbeđuje da elementi vektora rešenja koji uzimaju vrednost 1, odgovaraju čvorovima koji međusobno nisu povezani granom.

Još dve formulacije ACLP-a kao problema binarnog celobrojnog programiranja mogu se naći u [5]. Njima se postiže da koeficijent M u ograničenju (3) postane "stroži", pri čemu određivanje novih koeficijenata M zahteva izvestan računarski napor. Formulacija ACLP-a kao problema nelinearnog, preciznije kvadratnog 0-1 programiranja može se naći u [6,7].

Razlog što je pored prve formulacije ACLP-a u radu data i formulacija u vidu problema maksimalnog otežanog nezavisnog skupa je što će u Odeljku 3 biti prikazano par problema iz oblasti telekomunikacija, koji po svojoj prirodi nisu lokacijski, ali se mogu formulisati kao ACLP, što zapravo predstavlja svođenje ACLP-a na problem maksimalnog otežanog nezavisnog skupa.

Kao i u slučaju mnogih drugih NP teških optimizacionih zadataka istraživači su u traženju rešenja problema većih dimenzija pribegli korišćenju heuristika. U rešavanju ACLP-a testirani su sledeći heuristički pristupi: lagranžove relaksacije [5], genetski algoritmi [8] i greedy algoritmi [6,7,8].

3. Primeri primene ACLP-a u telekomunikacionim mrežama

U ovom odeljku biće predstavljeni lokacijski problemi u telekomunikacijama koji se modeliraju i rešavaju kao ACLP, ali i problemi koji po svojoj prirodi nisu lokacijski ali se mogu svesti na ACLP, a samim tim i modelirati i rešavati kao ACLP.

I primer – lociranje radio difuznih predajnika

Problem izbora lokacija radio-difuznih predajnika iz ograničenog, unapred definisanog diskretnog skupa potencijalnih lokacija, rešava se kao ACLP optimizacioni problem, kojim se maksimizira broj pokrivenih korisnika na određenoj teritoriji. Pri tome, polazi se od činjenice da radijus zone pokrivanja predajnika zavisi prvenstveno od snage predajnika i može se izraziti na sledeći način:

$$R = k \cdot \sqrt{P} \tag{8}$$

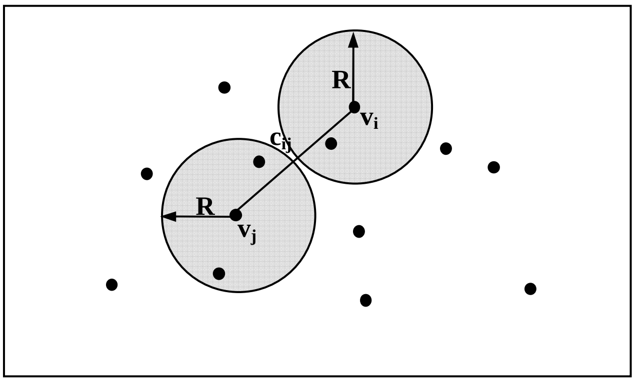
gde je: R – radijus zone pokrivanja predajnika, k – konstanta proporcionalnosti, P –snaga predajnika. Pri definisanju radijusa zone pokrivanja, dopuštene snage predajnika biraju se tako da je unutar zone pokrivanja svakog predajnika zadovoljen minimalni zahtevani zaštitini odnos. U ovom radu, prikazana je formulacija posmatranog lokacijskog problema za idealizovani slučaj koji podrazumeva sledeće pretpostavke:

- svi predajnici su identični, sa istim emisionim snagama i visinama antena,
- antene su neusmerene (sa kružnom karakteristikom zračenja),
- uslovi propagacije u svim pravcima su jednaki, i
- za proračun zone pokrivanja predajnika podrazumeva se da je planska oblast ravna, sa ravnomernom gustinom populacije stanovnika i bez prepreka.

Na mreži predstavljenoj grafom G=(N,A), N ={1, ..., i, j, ..., n} je skup čvorova – potencijalnih lokacija za postavljanje predajnika, a A skup grana (i,j). Svakoj grani (i,j)$\in$A pridružen je nenegativni skalar c_{ij} koji reprezentuje euklidsko rastojanje između čvorova i, j. Svakom čvoru (predajniku) pridružuje se skalar, R_i, koji predstavlja radijus pokrivanja predajnika. Svakom čvoru i$\in$N pridružen je težinski koeficijent v_i, koji predstavlja broj potencijalnih korisnika koji je pokriven u slučaju lociranja predajnika odgovarajuće snage na toj lokaciji. Težinski koeficijent v_i svakako je u funkciji od radijusa pokrivanja predajnika, odnosno snage predajnika, $v_i = f(R_i = f(P_i))$, pri črmu se u zavisnosti od terena na kome se predajnici lociraju funkcionalna zavisnost menja. Pretpostavimo da se za konkretno R_i može ustanoviti v_i.

S obzirom da su snage predajnika na svim potencijalnim lokacijama iste i unapred poznate, radijusi pokrivanja predajnika svakog čvora, ustanovljeni na osnovu (8), konstantne su vrednosti, tj. važi R_i=R=const., $\forall$i$\in$N. Izabrane lokacije za postavljanje predajnika, moraju da zadovolje uslov da se svaki njihov par, i,j$\in$N, nalazi na međusobnom rastojanju koje iznosi bar 2R ($c_{ij} \geq 2R$), odnosno da se oblasti pokrivanja predajnika postavljenih na ovim lokacijama, unutar kojih je zadovoljen zahtevani zaštitni odnos, ne preklapaju.

Na Slici 1. prikazana je grafička interpretacija opisanog problema.



Slika 1. *Problem lociranja predajnika iste snage*

Neka je $\Pi(i)$ podskup onih čvorova $j \in N$, ne uključujući čvor $i \in N$, koje pokriva radijus pokrivanja R predajnika u čvoru $i \in N$, odnosno koji su u odnosu na čvor $i \in N$ udaljeni manje od 2R ($c_{ij}<2R$), i samim tim "ugroženi" postavljanjem predajnika na lokaciji $i \in N$:

$$\Pi(i) = \{ j \mid c_{ij} < 2R, i \neq j \in N \} \tag{9}$$

Uvažavajući specifičnost u definisanju $\Pi(i)$, ostatak formulacije ovog problema odgovara opštoj formulaciji ACLP-a prikazanoj izrazima od (2) do (4), u Odeljku 2.

U radu [10] može se naći i formulacija problema određivanaja lokacija radio-difuznih predajnika, iz ograničenog, unapred definisanog diskretnog skupa potencijalnih lokacija, gde se snage predajnika za svaku potencijalnu lokaciju kreću u opsegu od P_i^{min} do P_i^{max}, pa se radijus pokrivanja predajnika menja u funkciji od snage predajnika, u skladu sa (8). Ovako formulisan problem predstavlja specijalnu klasu ACLP-a.

II primer – lociranje uslužnih objekata (poslovnica) telekomunikacionih operatora

U problemima lociranja uslužnih objekata koji su u lancu velikog sistema [Moon, D., Chaudhry, S., 1984.], poslovna politika u izboru lokacija može biti takva da nalaže minimum dozvoljene udaljenosti između bilo koje dve susedne lokacije, kao način da se pokrije što veća teritorija, odnosno što veći broj korisnika. U tom slučaju zadatak bi bio maksimizirati profit ili pokrivenost korisnika izborom lokacija koje zadovoljavaju ograničenje u pogledu dozvoljene međusobne udaljenosti. Bitno je naglasiti da je ACLP jedna od mogućnosti za formulaciju problema kod kojih je poželjno rasporediti lokacije sa ciljem da se postigne veća pokrivenost regiona koji je predmet interesovanja.

U tom smislu, modeliranje problema lociranja poslovnica telekomunikacionih operatora koje pružaju usluge korisnicima kroz direktan kontakt može u jednoj od vizija biti realizovano kao ACLP model.

Čvorovima mreže, potencijalnim lokacijima korisničkih centara pridruženi su težinski koeficijenti v_i, $i \in N$ koji predstavljaju broj potencijalnih korisnika koji gravitiraju ka konkretnim lokacijama. Granama mreže pridruženi su pokazatelji udaljenosti između lokacija. Ako sa R označimo ustanovljeni minimum u vezi bliskosti dva korisnička centra tada se ovaj problem formuliše kao od (1)-(4).

III primer – prenos signala kroz sistem veze

Jedna od mogućnosti primene ACLP-a je i u problemima prenosa informacija [12]. Ako se čvorovima mreže predstave signali koji se mogu prenositi kroz sistem veze, a granama mreže pridruže verovatnoće neizazivanja istog izlaznog signala za svaki par čvorova - signala, i ako se zna najmanja verovatnoća koja obezbeđuje jasno razdvajanje signala, tada se problem određivanja maksimalnog broja signala koji se na izlazu ne mogu pomešati može formulisati kao neotežani ACLP. Dakle, težinski koeficijenti čvorova su međusobno jednaki i iznose jedan pa se funkcija cilja izražava na sledeći način:

$$Max \quad Z = \sum_{i \in N} x_i \tag{10}$$

Verovatnoća razdvajanja signala može biti ograničena i samo na vrednosti 0 i 1, što bi značilo da se za svaki par signala pouzdano zna da se na izlazu mešaju, odnosno ne mešaju, respektivno. Ako verovatnoću pridruženu granama mreže između čvorova $i,j \in N$ označimo sa c_{ij}, a definisanu minimalnu verovatnoću nekonfliktnosti signala sa R, tada je $\Pi(i)$ isto kao (1), a preostala ograničenja kao (3) i (4).

Kada bi ovaj problem bio predstavljen u formi problema maksimalnog otežanog skupa tada bi u grafovskoj interpretaciji granama bili povezani samo oni parovi čvorova koji se na izlazu mogu pomešati, pa bi zadatak bio naći najveći broj nezavisnih čvorova na grafu.

IV primer – određivanje kodova koji ispravljaju greške

Posmatra se skup uređenih k-torki $x=(X_1, ..., X_r, ..., X_k)$, gde je $X_r=1, ..., b$. Broj k-torki je b^k. Jednakost x=y k-torki $x=(X_1, ..., X_k)$ i $y=(Y_1, ..., Y_k)$ važi ako i samo ako je $X_1=Y_1, ..., X_k=Y_k$.

Kaže se da su k-torke x i y na rastojanju R, ako ne važi tačno R od k jednakosti $X_1=Y_1, ..., X_k=Y_k$. Skup k-torki $\{x_1, ..., x_n\}$ zove se kod kodovskog rastojanja R, ako je minimum međusobnih rastojanja k-torki iz skupa jednak R. Kod kodovskog rastojanja R=2f+1 ima sledeću osobinu. Ako se prilikom prenošenja proizvoljne k-torke koda, kroz sistem veze, pogrešno prenese ne više od f koordinata k-torke, u prijemnom uređaju se k-torka može rekonstruisati.

Odrediti koliko u datom skupu k-torki, postoji k-torki čija međusobna rastojanja nisu manja od R, odnosno odrediti najveći kod kodovskog rastojanja R, jedan je od osnovnih problema teorije kodova koji ispravljaju greške [12].

Imajući u vidu uvedenu notaciju, formulacija ovog problema je ista kao opšta data od (1)-(4).

4. Ilustrativni primer

U ovom odeljku dat je ilustrativni primer ACLP-a, u slučaju rešavanja problema izbora lokacija radio-difuznih predajnika.

Skup N čini 6 čvorova – potencijalnih lokacija za postavljanje radio-difuznih predajnika istih snaga, zadatih preko svojih (x,y) koordinata, N={(3,20), (61,1), (48,42), (16,54), (89,77), (81,65)} (Slika 2.). Udaljenost između čvorova izražena je kroz euklidsko rastojanje

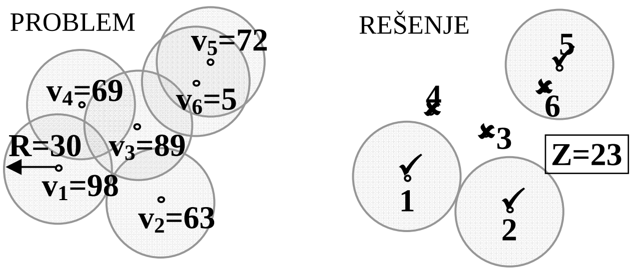
$$c_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}\ , \ \forall i,j \in N.$$

Neka je snaga predajnika takva da se na osnovu (8) dobije da je R=30. Težinski koeficijenti v_i, $i \in N$, zadati su vektorom, v=(98, 63, 89, 69, 72, 52). Matrica eukilidskih rastojanja između čvorova predstavljena je Tabelom 1.

Tabela 1. *Matrica euklidskih rastojanja*

$\lvert c_{ij} \rvert =$	1	2	3	4	5	6
1	0	61.03	50.09	36.40	103.17	90.05
2	61.03	0	43.01	69.53	80.99	67.05
3	50.09	43.01	0	34.18	53.91	40.22
4	36.40	69.53	34.18	0	76.54	65.92
5	103.17	80.99	53.91	76.54	0	14.42
6	90.05	67.05	40.22	65.92	14.42	0

Na Slici 2., pored postavke, dato je i optimalno rešenje ovog problema, dobijeno korišćenjem standardnog Excel-ovog Solver-a.



Slika 2. *Postavka i rešenje ilustrativnog ACLP primera*

5. Umesto zaključka

Autori ovog rada imali su ideju da predstave ACLP u smislu formulacije, osnovnih karakteristika problema i načina njegovog rešavanja. Takođe, navedeni su i neki primeri praktične primene ACLP-a u telekomunikacijama, sa ciljem da se ukaže na te probleme i otvori lista koja pobrojanim primerima primene sigurno nije iscrpljena. Pored u ovom radu navedenih, brojne su oblasti primene ACLP-a u praksi [5,8,9] što nedvosmisleno ukazuje na važnost ovog problema u oblasti teorije lokacije i šire.

Literatura

[1] I.M., Bomze, M., Budinich, P.M., Pardalos, M., Pelillo, The maximum clique problem, In: Du, D.Z., Pardalos, P.M. (Eds.), *Handbook of Combinatorial Optimization*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, The Netherlands, pp. 1-74, 1999.

[2] M., Garey, D., Johnson, *Computers and Intractability – A guide to the Theory of NP-Completeness*, Freeman, San Francisco, 1979.

[3] D., Moon, S., Chaudhry, An analysis of network location problems with distance contrains, *Management Science*, Vol. 30, No.3, pp. 290-307, 1984.

[4] C.H, Papadimitriou, K., Steiglitz, *Combinatorial Optimization: Algorihms and Complexity*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1982.

[5] A.T., Murray, R.L., Church, Solving the anti-covering location problem using lagrangian relaxation, *Computers and Operations Research*, Vol. 24, No.2, pp. 127-140, 1997.

[6] B., Dimitrijević, M., Vidović, Heuristics for one class of minimal covering problem in case of locating undesirable goods, *The 7th Balkan Conference on Operational Research*, Constanta, Romania, 25-28 May, 2005.

[7] B., Dimitrijević, Prilog razvoju modela za rešavanje jedne klase lokacijskih problema, *doktorska teza*, Saobraćajni fakultet, 2006.

[8] S.S., Chaudhry, S.T., McCormick, I.D., Moon, Locating independent facilities with maximum weight: greedy heuristics, *Omega – International Journal of Management Science*, Vol. 14, No. 5, pp. 383-389, 1986.

[9] S.S., Chaudhry, A genetic algorithm approach to solving the anti-covering location problem, *Expert Systems*, Vol.23, No. 5, pp. 251-257, 2006.

[10] B., Dimitrijević, G. Marković, Primena jedne klase anti-covering problema za izbor lokacija radio-difuznih predajnika, *CD izdanje Zbornika radova TELFOR 2006*, Beograd, 2006

[11] V., Boginski, S., Butenko, P.M., Pardalos, On Structural Properties of the Market Graph, *In: Innovations in Financial networks (A. Nagurney, ed.)*, Edward Elgar Publishers, 2003.

[12] D., Cvetković, M., Milić, *Teorija grafova i njene primene*, Naučna knjiga, Beograd, 1977.

Abstract: : *The Anti-Covering Location Problem (ACLP) is a member of an important class of spatial optimization problems. Assume that there is a set of potential location sites with a distance or time measure associated with travel from one site to all the other sites. Each site is assigned a positive weight relating the potential use of that location site. The ACLP is to find the maximally weighted set of location sites such that no two selected sites are within a specified distance or time standard of each other. Paper deals with ACLP and its application in modeling and solving some problems that belong to designing and exploatation of telecomunication networks issue.*

***Keywords**: location, minimum separation distance, telecommunication.*

ANTI-COVERING LOCATION PROBLEM
IN TELECOMMUNICATION NETWORKS

Branka Dimitrijević, Milorad Vidović