*XXIV Simpozijum o novim tehnologijama u poštanskom i telekomunikacionom saobraćaju – **PosTel 2006**, Beograd, 12. i 13. decembar 2006.*

MOGUĆNOSTI AUTOREGRESIONIH MODELA TELEKOMUNIKACIONOG SAOBRAĆAJA

Miodrag Bakmaz, Bojan Bakmaz
Saobraćajni fakultet u Beogradu

Sadržaj: *Modeliranje vremenskih serija predstavlja zahvalno sredstvo za proučavanje mrežnog saobraćaja. Tradicionalni modeli tretiraju samo zavisnost u kratkom opsegu. Tu spadaju Puasonov proces, Markovi procesi, AR, MA, ARMA i ARIMA procesi. Proučavanja visoko kvalitetnih merenja saobraćaja su pokazala da saobraćaj u mrežama velikih brzina odražava svojstvo "self-similarity", odnosno zavisnost u širem opsegu. GARIMA model i poznatiji FARIMA model mogu da izraze zavisnost i u kraćem i u dužem opsegu. Ovaj rad prezentira prethodne autoregresione modele, kao i sezonski ARIMA model.*

Ključne reči: *ARIMA, prognoziranje, mrežni saobraćaj, vremenske serije, modeliranje*

1. Uvod

Saobraćajni modeli igraju važnu ulogu u planiranju, izgradnji i razvoju performansi telekomunikacionih mreža. U osnovi su stacionarni ili nestacionarni. Stacionarni modeli mogu se razmatrati kroz dve klase opsega zavisnosti: kratku i dugu (Short (Long) Range Depedence, SRD, LRD). U modele zavisnosti u kratkom opsegu spadaju Markovi procesi, konvencionalne raspodele, Pareto raspodela i regresioni modeli, a karakterišu se korelacionom strukturom koja je značajna za relativno malo realizacija. Saobraćajni modeli zavisnosti u dužem opsegu imaju značajnu korelaciju za više realizacija, a najpoznatiji su modeli iz familije ARIMA (FARIMA, GARMA), frakcionalni Gausov šum (FGN), frakcionalno Braunovo kretanje (FBM), diskretno Braunovo kretanje, agregacija ON – OFF izvora visoke varijabilnosti.

Modeliranje vremenskih serija predstavlja perspektivno sredstvo za proučavanje mrežnog saobraćaja. Predikcije saobraćaja se koriste u raznim situacijama, kao što su: prognoza i planiranje saobraćaja za širi opseg zavisnosti, kontrola pristupa, alokacija dinamičnog opsega, rezervacija resursa, prognoza QoS parametara, kontrola nagomilavanja u širokopojasnim mrežama i slično.

Savremene studije, bazirane na vrlo kvalitetnom merenju podataka, ukazuju na postojanje "self similar" (sebi sličnog) procesa, kao realističnog matematičkog sredstva, koje omogućava karakterisanje statističkog ponašanja saobraćaja u mrežama za prenos podataka (LAN, MAN, WAN), ISDN signalizacionom D kanalu, kod TCP/IP i WWW saobraćaja, u VBR kodiranim video sekvencama. Statistička analiza prikupljanih podataka pokazala je drastičnu razliku svojstava saobraćaja paketskih mreža u odnosu na postojeće klasične modele. Rezultujući saobraćaj, pri agregaciji raznih individualnih izvora i nižem mrežnom opterećenju, nije postajao "izglađeniji", kako se očekivalo, nego je odražavao svojstva "bursty" (burnog, praskavog) saobraćaja. Ova opservacija se pokazala vrlo važnom, jer je uticala na preispitivanje nekih ključnih pretpostavki koje su činjene u procesu planiranja mrežnih performansi. "Burst"-evi se mogu opisivati statistički, koristeći "self similarity", svojstvo povezano sa fraktalnošću, odnosno pojavljivanjem istog objekta, nezavisno od skale na kojoj se vrši posmatranje.

Osnovno svojstvo "self similar" procesa je LRD (zavisnost u dugom opsegu), koja se može okarakterisati parametrom Hurst-a. Osim egzaktnog LRD procesa, zavisnosti u obliku frakcionalnog Gausovog šuma, razmatraju se i asimptotski "self similar" procesi, kao što su: "haotična mapa", "heavy tailed" ON-OF modeli, GARIMA, FARIMA. Poslednji od modela je generalno i fleksibilno rešenje, koje omogućava fitovanje za SRD i LRD autokorelacione funkcije. Napomenimo da je primena Puasonovog i drugih Markovih procesa neadekvatna kod paketskih mreža, a može se smatrati validnom za modeliranje dolaznog toka korisničkih sesija [3].

U nastavku rada izložene su osnovne osobine autoregresivnih modela, a posebna pažnja usmerena je na svojstva "self similar" procesa i frakcionalni ARIMA model, koji su proteklih godina predmet većeg broja istraživanja.

2. Autoregresivni modeli

Modeli regresije eksplicitno definišu sledeću slučajnu promenljivu u sekvenci, preko prethodne, unutar specificiranog vremenskog prozora. Osnovni je linearni autoregresivni model reda p, sa uobičajenom oznakom AR(p), kod koga se slučajna veličina u vremenu izražava linearnom kombinacijom ranijih ekvidistantnih opservacija. Model ima sledeći oblik:

$$X_t = \sum_{i=1}^{p} \Phi_i X_{t-i} + \varepsilon_t \tag{1}$$

gde je ε_t Gausov beli šum normalne raspodele i srednje vrednosti nula (te slučajne promenljive odražavaju grešku i često se nazivaju reziduali), Φ_i su realni brojevi, a X_t određene korelisane slučajne promenljive, a ponekad se u model uključuje i konstanta. Od značaja je operator realizacije B (lag, backshift operator), definisan preko $X_{t-1} = BX_t$, tako da se mogu formirati polinom $\Phi(B)$ i dobiti pregledniji oblik AR(p) procesa

$$\Phi(B) = 1 - \sum_{i=1}^{p} \Phi_i B^i, \qquad \Phi(B) X_t = \varepsilon_t \ . \tag{2}$$

Potrebna su neka ograničenja vrednosti parametara da bi model ostao stacionaran. Tako za AR(1) model, kod koga je proces izražen sa $X_t = \Phi X_{t-1} + \varepsilon_t$, postoji stacionarnost kovarijanse za $|\Phi| < 1$.

Estimacija parametara može se vršiti korišćenjem regresione analize. Autokorelaciona funkcija (normalizovana funkcija autokovarijanse) predstavlja odnos kovarijanse (korelacionog momenta) i varijanse, $R_k = E[(X_{t-k} - \mu)(X_t - \mu)]/E[(X_t - \mu)(X_t - \mu)] = cov(X_{t-k}, X_t)/v(X_t)$, pa se množenjem jednačine (1) sa X_{t-k}, usrednjavanjem i delenjem sa varijansom dobija

$$R_k = \sum_{i=1}^{p} \Phi_i R_{k-i} + \sigma_k^2 \delta_k, \tag{3}$$

gde je $k = 0,..., p$, što obezbeđuje $p + 1$ jednačinu. σ_ε je standardna devijacija šuma, a δ_k Kronekerova delta funkcija. Ovo je sistem Yule-Walker-ovih jednačina, pomoću kojih se određuju Φ_i, kao i σ_ε. Odabir prikladnog reda p može se automatizovati, recimo korišćenjem AIC (Akaike Information Criterion), a u praksi je najčešće dovoljno $p \leq 3$. AR(1) model se poodavno pokazao kao pogodan za modeliranje izlaznog toka VBR enkodera, čija je priroda takva da uzastopni ramovi unutar video scene variraju vizuelno vrlo malo, dok kod vizuelnih diskontinueta, kao što su promene scene, ili nailazak referentnih ramova, dolazi do naglih promena brzine rama. U ovom slučaju sekvence koje sadrže video scene mogu se modelirati autoregresivnom šemom, dok se promene scene modeliraju nekim modulacionim mehanizmom [2].

Model pokretnih srednjih vrednosti reda q, MA(q) (Moving Average), je oblika

$$X_t = \varepsilon_t - \sum_{j=1}^{q} \theta_j \varepsilon_{t-j}, \tag{4}$$

gde su θ_j parametri modela, a ε_{t-j} beli šum u trenucima $t-j$.

Autoregresivni model pokretnih srednjih vrednosti reda (p, q), ARMA(p, q) (Autoreggresive Moving Average), je sa stacionarnim podacima i oblika

$$X_t = \sum_{i=1}^{p} \Phi_i X_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^{q} \theta_j \varepsilon_{t-j}, \tag{5}$$

koji se, uz pomoć operatora realizacije (pomeranja unazad) B, može ekvivalentno predstaviti kao $\Phi(B)X_t = \theta(B)\varepsilon_t$. Ovaj model se takođe može koristiti za modeliranje VBR saobraćaja, pri čemu AR deo modelira rekorelacioni efekt a MA služi za fitovanje korelacije od drugih realizacija, odnosno ograničenje uticaja prethodnih slučajnih ispada (shock) na budućnost. Estimacija parametara ARMA modela je komplikovanija nego kod AR modela, pošto estimacija MA parametara zahteva rešavanje sistema nelinearnih jednačina, ili korišćenje spektralne faktorizacione tehnike.

GARMA (Gegenbauer ARMA) model sa faktorom k definiše se kao

$$\Phi(B)\prod_{i=1}^{k}(1 - 2u_i B + B^2)^{\lambda_i} X_t = \theta(B)\varepsilon_t . \tag{6}$$

Oblici $\Phi(B)$ i $\theta(B)$ su polinomijalne funkcije stepena p i q, respektivno, a njihovi koreni leže van jediničnog kruga. Prvi je definisan u (2), a za drugi imamo sličnu formu

$$\theta(B) = 1 - \sum_{j=1}^{q} \theta_j B^j. \tag{7}$$

Od novih članova u formuli (6), u_i je parametar periodičnosti, koji specificira frekvenciju na kojoj se odražavaju pojave duge memorije. Član k je broj neograničenih pikova na određenim frekvencijama (Gegenbauer-ove frekvencije) u spektralnoj gustini. λ_i je parametar frakcionalne diferencije, koji indicira kako autokorelaciona funkcija opada. Izraz $(1 - 2u_iB + B^2)^{\lambda_i}$ je funkcija generatrisa Gegenbauer-ovog polinoma. GARMA model omogućava modeliranje i predikciju SRD i LRD podataka. Procedura za estimaciju GARMA parametara i testiranje performansi MPEG i JPEG videa, Eternet i Internet saobraćaja, izložena je u [12].

Autoregresioni integrisani model pokretnih sredina, ARIMA(p, d, q), predstavlja proširenje ARMA modela, a dobija se uzimanjem u obzir činjenice da polinom $\Phi(B)$ ima d korenova jednakih jedinici, dok ostali leže van jediničnog kruga. Konkretnije, d predstavlja nivo diferenciranja kojim se transformišu nestacionarni podaci u stacionarne serije i ARIMA svodi na ARMA model. Oblik modela je $\Phi(B)\Delta^d X_t = \theta(B)\varepsilon_t$, gde je Δ operator diferenciranja definisan kao $\Delta X_t = X_t - X_{t\text{-}1} = (1 - B)X_t$. ARIMA se koristi za modeliranje homogenih nestacionarnih vremenskih serija. U osnovi, ako vremenska serija ispoljava nestacionarnost u nivou, modelira se kao ARIMA(p, 1, q), a ako je nestacionarna u trendu, može se modelirati kao ARIMA(p, 2, q).

ARIMA(0, 1, 0), ili model slučajnog pomeranja, ima predikcionu jednačinu koja se može napisati kao $X_t - X_{t\text{-}1} = \varepsilon$, gde je konstantni termin ε srednja diferencija (razlika). ARIMA(1, 1, 0), ili diferencioni autoregresioni model prvog reda, primenjuje se u slučaju ako su greške modela slučajnog pomeranja autokorelisane, sa mogućnošću da se problem fiksira dodavanjem jednog elementa zavisne promenljive u predikcionu jednačinu $X_t - X_{t\text{-}1} = \varepsilon + \Phi(X_{t\text{-}1} - X_{t\text{-}2})$. X_t predstavlja autoregresiju prvog reda, AR(1) model, sa jednim redom nesezonske diferencije, konstantnim članom ε i sa autoregresivnim koeficijentom Φ.

ARIMA(0, 1, 1) bez konstante, ili model prostog eksponencijalnog izglađivanja, je strategija za korekciju autokorelisanih grešaka, za razliku od strategije dodavanja elemenata u stacionarizovane serije, najpre korišćenoj u regresionoj analizi. Za neke nestacionarne vremenske serije, koje ispoljavaju fluktuacije forme šuma oko polako varirajuće srednje vrednosti, model slučajnog pomeranja ne zadovoljava kao pokretna sredina poslednjih vrednosti. Drugim rečima, umesto da se uzme prethodna opservacija za prognozu sledeće opservacije, bolje je koristiti sredinu (prosek) poslednjih nekoliko opservacija, radi filtriranja šuma i tačnije estimacije lokalne srednje vrednosti. Model prostog eksponencijalnog izglađivanja koristi eksponencijalno vrednovanu pokretnu sredinu poslednjih vrednosti radi postizanja ovog efekta. Predikciona jednačina za model prostog eksponencijalnog izglađivanja može biti napisana na više matematiči ekvivalentnih načina, jedan od kojih je $X_t = X_{t\text{-}1} - \theta\varepsilon_{t\text{-}1}$, gde $\varepsilon_{t\text{-}1}$ označava grešku za trenutak $t - 1$. Naglasimo da je ovo slično predikcionoj jednačini za ARIMA(1, 1, 0) model, osim što se umesto multipla razlike prethodnih elemenata ovde uzima multipl prethodne prognozicione greške i nema konstante. Koeficijent prognozicione greške prethodnih realizacija (lagged forecast error) θ konvencionalno se unosi sa negativnim predznakom, iz razloga matematičke simetrije i, kad je uključen, predstavlja termin pokretne sredine (MA – moving average, pokretni prosek), u ovom slučaju prvog reda, odnosno sa jednim redom nesezonske diferencijacije.

ARIMA(0, 1, 1) model sa konstantom, ili prosto eksponencijalno izglađivanje, ima predikcionu jednačinu $X_t = c + X_{t-1} - \theta\varepsilon_{t-1}$, kojom se postiže određena fleksibilnost, odnosno, uključenjem konstante se omogućuje estimacija srednjeg trenda različitog od nule. ARIMA(0, 2, 2) model bez konstante, ili model linearnog eksponencijalnog izglađivanja, predviđa da je druga diferencija serije jednaka linearnoj funkciji poslednje dve prognozističke greške $X_t = 2X_{t-1} - X_{t-2} - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2}$.

ARIMA(1, 1, 1) model kombinuje osobine autoregresivnog (AR) i modela pokretnih sredina (MA). Model sa konstantom ima predikcionu jednačinu $X_t = c + X_{t-1} + \Phi(X_{t-1} - X_{t-2}) - \theta\varepsilon_{t-1}$.

ARIMA model je fleksibilan i koristi se za razne aplikacije sa različitim osobinama, kao što su trend i sezonalnost, objedinjenjem pojmova AR, I i MA i usklađivanjem parametara svakog od njih. Gde je prohvatljivo, teži se korišćenju pojedinačnih modela, ili samo AR ili samo MA, jer uključivanje članova iz oba modela ponekad dovodi do prefitovanja podataka i do nejedinstva koeficijenata.

3. Sezonska ARIMA

Sezonski ARIMA modeli mogu se formirati sa jednim ili više perioda. Ako serija izražava s-periodično ponašanje, kada se sličnost u seriji dešava posle s osnovnih vremenskih intervala, uvode se operatori B_s i Δ_s, za koje važi $\Delta_s X_t = (1 - B_s)X_t = X_t - X_{t-s}$. Periodični efekt podrazumeva da je opservacija određenog vremenskog intervala povezana sa opservacijama prethodnih istih intervala. Ovo se može ugraditi u ARIMA model na sledeći način

$$\Phi_p(B)\Phi_P(B_s)\Delta^d\Delta_s^D X_t = \theta_q(B)\theta_Q(B_s)\varepsilon_t \; . \tag{8}$$

Za ovako predstavljen proces kaže se da je reda $(p, d, q)\times(P, D, Q)$. Na sličan način mogu se dobiti modeli sa tri ili više periodičnih komponenti. Osnovni zadatak je svođenje ARIMA modela na ARMA problem. Za poznatu vremensku seriju X_t estimiraju se parametri d i D na bazi statističkih osobina vremenske serije i posle diferenciranja dobija se W_t

$$W_t = \Delta^d\Delta_s^D X_t = \Phi_p^{-1}(B)\Phi_P^{-1}(B^s)\theta_q(B)\theta_Q(B^s)\varepsilon_t \; . \tag{9}$$

Odavde je potrebno pronaći nepoznate parametre. U referenci [11] izložena je procedura za fitovanje multiplikativnog sezonskog ARIMA modela u saobraćajnu trasu. Nivoi diferenciranja dobijaju se inkrementalnom analizom trase, korišćenjem ADF testa (Augmented Dickey-Fuller Test). Identifikacija modela, odnosno određivanje parametara (p, q, P, Q), vrši se pomoću AIC (Akaike Information Criterion) i BIC (Bayesian IC). Rezultujući ARIMA model se koristi za prognozu vremenskih serija i saobraćaja pri zadatoj gornjoj granici verovatnoće blokiranja.

4. Svojstva "self similar" saobraćaja

Pojam "self similar" (sebi sličan) uveo je Mandelbrot, sedamdesetih godina prošlog veka, pri opisu statističkih svojstava u raznim naučnim oblastima ("When each piece of a shape is geometrically similar to the whole, both the shape and the cascade that generate it are called *self-similar*."), dok među prve značajnije radove, koji sagledavaju taj fenomen na primeru Eternet saobraćaja, spada rad [2]. U odnosu na Puasonov proces koji, ako se posmatra na finijoj vremenskoj skali, izgleda "bursty", a agregiran na grubljoj skali deluje izglađeno, "self similar" (fraktalni) proces, kada se agregira na grublju vremensku skalu, održava "bursty" karakter. "Self-similar" stohastički proces može se definisati na sledeći način:

Neka je $X = (X_t, t = 0, 1, 2,...)$ stacionarni slučajni proces u širem smislu, zavisan u dugom opsegu, sa srednjom vrednošću μ, variansom σ^2 i autokorelacionom funkcijom R_k. Novi proces $X^{(m)}$ dobija se usrednjavanjem originalne serije X po nepreklapajućim blokovima veličine m. Svaki $X^{(m)}$ je u širem smislu stacionarni slučajni proces sa autokorelacionom funkcijom $R^{(m)}(k)$. Znači, X je "self similar" (egzaktno drugog reda), sa parametrom $H = 1 - \beta/2$, ako agregirani procesi imaju istu autokorelacionu strukturu kao X, odnosno, $R^{(m)}(k) = R_k$, za $m = 1, 2,...$, dok za varijansu važi $v(X^{(m)}) \sim m^{-\beta}\sigma^2$, $0<\beta<1$, za $m \to \infty$ (varijansa opada sporije od m^{-1} , što je karakteristika klasičnih saobraćajnih modela). Kraće, proces X je "self similar" ako se agregirani procesi $X^{(m)}$ ne razlikuju od X u pogledu svojstava prvog i drugog reda.

"Self similar" svojstvo se manifestuje preko nekoliko ekvivalentnih oblika: sporog opadanja varijanse, zavisnosti u dužem opsegu, nedegenerativne autokorelacije, Hurst-ovog efekta. Autokorelaciona funkcija sledi hiperboličnu zakonitost (zakon opadanja snage), $R_k \sim k^{-\beta}L(k)$, koja opada sporije od eksponencijalne i za ovaj proces, kao LRD, ukupna suma autokorelacija je beskonačna.

Aktuelni mrežni saobraćaj je agregacija raznih saobraćajnih tokova različitih karakteristika i odražava "self similar" svojstva. Ako su "self similar" parametri dva "self similar" procesa isti, njihova agregacija biće egzaktno "self similar", a ako su različiti, agregirani proces biće asimptotski "self similar", sa H parametrom jednakim maksimalnom od parametara individualnih izvora.

Hurst-ov efekt se karakteriše preko Hurst-ovog parametra, već navedenog H, koji je formiran tako da obuhvati stepen "self-similarity" u datom empirijskom zapisu. Za empirijsku vremensku seriju X_t ($t = 1,..., n$), sa srednjom vrednošću uzorka $X(n)$ i varijansom $S^2(n)$, može se definisati R/S statistika (Rescaled Adjusted Range), data sa $R(n)/S(n)$, pri čemu važi

$$R(n) = \max\left\{\sum_{i=1}^{k}(X_i - X(n)), 1 \le k \le n\right\} - \min\left\{\sum_{i=1}^{k}(X_i - X(n)), 1 \le k \le n\right\}. \qquad (10)$$

Empirijski je ustanovljeno da mnoge prirodne vremenske serije zadovoljavaju relaciju za matematičko očekivanje $E[R(n)/S(n)] \sim cn^H$, za veliko n, gde je c konstanta. H uzima vrednosti od 0,5 do 1. Mnogi realni procesi imaju vrednost H oko 0,73, za čisto slučajan proces je $H = 0,5$, dok je kod egzaktno "self similar" procesa $H = 1$.

Razni postupci se koriste za testiranje “self-similarity” i Hurst-ovog efekta. Dijagrami “varijansa – vreme” (*V-T* plot) se baziraju na činjenici da varijansa agregiranog procesa opada linearno (za veliko m) u odnosu na m, pri log-log skalama i gradijentu β. Dijagram log *R/S* u odnosu na log n (*R/S* plot) ima gradijent H. Periodogram odražava opadanje spektra snage serije sa približavanjem frekvencije nuli i ima gradijent niske frekvencije γ, pri čemu je $H = (1+ \gamma)/2$. Koriste se i dijagrami varijanse za razne nivoe agregacije, a kao negrafičku, navedimo Whittle-ovu proceduru.

Postoje stohastički modeli koji poseduju “self similar” karakteristike, poput frakcionalnog Gausovog šuma, (FGN, Fractional Gaussian Noise), agregacije više ON/OF izvora sa sporijim opadanjem raspodele (heavy tails), FARIMA, GARMA. Problem je generisanje saobraćajnih trasa direktno po modelima, za šta je razvijeno više algoritama, kao što su RMD (Random Midpoint Displacement Algorithm) i Hosking-sov.

5. Frakcionalna ARIMA

Frakcionalna ARIMA (FARIMA) je generalizacija standardnog ARIMA procesa preko necelobrojnog parametra diferenciranja d, $-0{,}5 < d < 0{,}5$, a za predstavljanje svojstava modela stacionarnog procesa kao LRD, odnosno asimptotskog “self similar” procesa, koristi pozitivne vrednosti za d. Operator Δ može se izraziti kao

$$\Delta^d = (1-B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-B)^k, \quad \binom{d}{k} = \frac{d!}{k!(d-k)!} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)}, \tag{11}$$

gde $\Gamma(x)$ predstavlja Gama funkciju.

Za slučaj stacionarnog FARIMA(0, d, 0) procesa normalizovana korelaciona funkcija, $\rho_k = E(X_{t-k}X_t)/E(X_t X_t)$, ima oblik

$$\rho_k = \frac{\Gamma(1-d)\Gamma(k+d)}{\Gamma(d)\Gamma(k+1-d)}, \quad \rho_k \approx \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} k^{2d-1}, \quad k \to \infty . \tag{12}$$

Od posebnog značaja je veza parametra diferenciranja sa Hurst-ovim parametrom, $H = d + ½$. Estimaciona procedura parametara FARIMA modela, radi fitovanja korelacionih osobina vremenskih serija, zasniva se na principima Hosking-ovog algoritma i može se naći u radu [6]. Parametar d se nalazi na osnovu H iz *V-T* dijagrama. ARMA(p, q) komponenta iz FARIMA(p, d, q) procesa se dobija primenom Box-Jenkins algoritma za estimiranje parametara $\Phi(B)$ i $\theta(B)$.

FARIMA proces pokriva i LRD i SRD korelacionu strukturu, s tim što postoje problemi zbog sporijeg generisanja trasa u odnosu na druge postupke. Koristi se za modeliranje VBR video saobraćaja, generisanje dolaznih tokova, simulacionu analizu modela čekanja, kao i predikciju multimedijalnog saobraćaja.

Literatura

[1] V. Frost and B. Melamed, “Traffic Modelling for Telecommunications Networks,” *IEEE Commun. Mag.*, pp. 70-80, Mart 1994.

[2] W. Leland, M. Taqqu, W. Willinger and D. Wilson, “On the Self-Similar Nature of

Ethernet Traffic (Extended Version)," *IEEE/ACM Trans. Networking*, pp. 1-15, Feb. 1994.
[3] V. Paxson and S. Floyd, "Wide-Area Traffic: The Failure of Poisson Modeling," *IEEE/ACM Trans. Networking*, pp. 226-254, June 1995.
[4] A. Adas, "Traffic Models in Broadband Networks", *IEEE Communications Magazine*, pp. 82-89, July 1997.
[5] H. Michiel and K. Laevens, "Teletraffic Engineering in a Broad-Band Era," *Proceedings of the IEEE*, pp. 2007-2032, Dec. 1997.
[6] M. Corradi, R. Garroppo, S. Giordano, M. Pagano, "Analysis of f-ARIMA processes in the modelling of broadband traffic," *ICC 2001 - IEEE International Conference on Communs.*, no. 1, pp. 964–968, June 2001.
[7] S. Floyd, V. Paxson, "Difficulties in Simulating the Internet," *IEEE/ACM trans. on networking*, no 4, pp. 392-403, Aug. 2001.
[8] P. Orenstein, H. Kim and C. L. Lau, "Bandwidth Allocation for self-similar traffic consisting of multiple traffic classes with distinct characteristics," *GLOBECOM 2001 - IEEE Global Telecommunications Conference*, no. 1, pp. 2576–2580, Nov. 2001.
[9] L. Cheng, I. Marsic, "Modeling and Prediction of Session Throughput of Constant Bit Rate Streams in Wireless Data Networks," *WCNC 2003 - IEEE Wireless Communications and Network Conference*, no. 1, pp. 1733–1741, Mart 2003.
[10] A. Erramilli et al., "Self-Similar Traffic and Network Dynamics," *Proceedings of the IEEE*, pp. 800-819, May 2002.
[11] Y. Shu, M. Yu, J. Liu, O. Yang, "Wireless traffic modeling and prediction using seasonal ARIMA models," *ICC 2003 - IEEE International Conference on Communs.*, no. 1, pp. 1675–1679, May 2003.
[12] N. Sadek, A. Khotanzad, "Multi-Scale High-Speed Network Traffic Prediction Using k-Factor Gegenbauer ARMA Model," *ICC 2004 - IEEE International Conference on Communs.*, no. 1, pp. 2148–2152, June 2004.
[13] C. Liu, K. Wu, M. Tsao, "Energy efficient information collection with the ARIMA model in wireless sensor networks," *GLOBECOM 2005 - IEEE Global Telecommunications Conference*, no. 1, pp. 2468–2472, Nov. 2005.
[14] CCITT Rec. E.507.

Abstract: *Time series modeling holds a great promise as a tool for studying network traffic. Traditional models can only capture short-range dependence. Here belong Poisson process, Markov processes, AR, MA, ARMA and ARIMA processes. The studies of high quality traffic measurements have revealed that traffic in high-speed networks exhibits self-similarity, i.e. long-range dependence. GARIMA and well-known FARIMA models described both long-range and short-range dependence. This paper described previous autoregressive models and seasonal ARIMA model.*

Keywords: *ARIMA, forecasting, network traffic, time series, traffic modeling*

THE POSSIBILITIES OF AUTOREGRESSIVE TELETRAFFIC MODELS

Miodrag Bakmaz and Bojan Bakmaz