

## OBRADA SIGNALA PRIMENOM DIGITALNIH BANKI FILTARA

Ljiljana Milić<sup>1</sup>, Jelena Čertić<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institut «Mihajlo Pupin» i Elektrotehnički fakultet u Beogradu

<sup>2</sup> Elektrotehnički fakultet u Beogradu

**Sadržaj:** *U radu se razmatraju principi projektovanja i implementacije digitalnih banki filtara. Obrađuju se uniformne i oktavne banke. Diskutuju se uslovi za rekonstrukciju signala i zahtevi za eliminisanje preklapanja koje nastaje kod decimacije. Pokazuje se metode projektovanja dvokanalnih banki, njihova efikasna implementacija i zatim formiranje višekanalnih banki sa strukturom stabla. U radu se takođe obrađuju direktne metode projektovanja i efikasne implementacije uniformnih višekanalnih banki. Na kraju je na odabranim primerima prikazano nekoliko karakterističnih sistema za obradu signala primenom banki filtara.*

**Ključne reči:** *analiza signala, banke digitalnih filtara, digitalna obrada signala, rekonstrukcija signala, sinteza signala*

### 1. Uvod

Metode obrade signala zasnovane na primeni banki digitalnih filtara razvijale su se u poslednjih nekoliko decenija i našle su značajnu primenu u različitim oblastima kao što su: obrada signala, obrada slike, obrada medicinskih signala i slike, obrada audio signala, tehnike za otklanjanje šuma, kodovanje govora, skremblovanje, kompresija slike, adaptivna obrada signala, implementacija wavelet transformacije, modulacione tehnike sa više nosilaca, frekvencijsko multipleksiranje signala. Osnovno svojstvo banke digitalnih filtara je da u frekvencijskom domenu dekomponuje signal na dva ili više podopsega ili da od dva ili više različitih signala formira kompozitni signal. Prema funkciji koju obavljaju banke filtara se dele na:

- Banke analize
- Banke sinteze

Banka analize je sistem sa jednim ulazom i dva ili više izlaza. Njena funkcija je da spektar ulaznog signala razdvoji na dva ili više podopsega. Banka sinteze je sistem sa dva

ili više ulaza i jednim izlazom. Njen funkcija se sastoji u tome da od dva ili više ulaznih signala formira kompozitni signal na svom izlazu.

Često je u praksi potrebno na predajnoj strani telekomunikacionog sistema razložiti signal pomoću banke analize na podopsege radi neke specifične obrade (npr. kodovanje ili skremblovanje), a zatim posle obrade po podopsezima, formirati kompozitni signal pomoću banke sinteze. Na prijemnoj strani signal se pomoću banke analize ponovo razlaže na podopsege radi odgovarajuće obrade po podopsezima (recimo dekodovanje ili deskremblovanje) i zatim se pomoću banke sinteze formira prijemni signal. Iz ovog jednostavnog primera očigledno je da se kod konstrukcije banki digitalnih filtera nameće zahtev da par banka analize/banka sinteze unosi što je moguće manja izobličenja.

Teorija i primena digitalnih banki filtera razvijale su se intenzivno prethodnih nekoliko decenija. Cilj ovoga rada je da izloži osnovne principe na kojima se zasniva formiranje različitih klasa banki digitalnih filtera, i da na odabranim primerima ilustruje neke od karakterističnih primena u obradi signala. Iz obimne literature izdvojili smo vredne knjige [1]-[8] koje će omogućiti zainteresovanom čitaocu da dublje upozna ovu naučnu oblast.

Rad je podeljen u 7 sekcija. Posle uvoda, u drugoj sekciji date su najpre osnovne definicije banke analize i banke sinteze a zatim su uvedeni pojmovi vezani za podelu frekvencijskog spektra (uniformne i oktavne banke) i pojmovi savršene i približno savršene rekonstrukcije. U trećoj sekciji razmatraju se dvokanalne banke filtera, i to posebno QMF i ortogonalne banke. Prikazuju se metode za efikasnu implementaciju FIR i IIR dvokanalne banke i postupak formiranja višekanalnih banki filtera korišćenjem strukture stabla koja nastaje grananjem osnovnih dvokanalnih banki filtera. U četvrtoj sekciji prikazani su postupci za direktnu efikasnu implementaciju višekanalnih uniformnih banki filtera. Razmatraju se DFT i kosinusne banke. Peta sekcija daje osvrt na probleme projektovanja NF prototip filtra. U šestoj sekciji prikazani su primeri obrade signala. Posmatra se multipleksiranje i demultipleksiranje signala, analiza govornog signala i analiza i rekonstrukcija pravougaonog talasnog oblika. Sedma sekcija je zaključak.

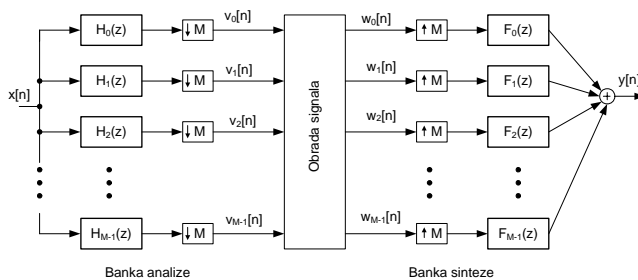
## 2. Banka analize i banka sinteze

Osnovna struktura obrade signala pomoću  $M$ -kanalnih digitalnih banki filtera prikazana je na slici 1. Sistem se sastoji od banke analize, banke sinteze i bloka za obradu signala.

Banku analize čine  $M$  filtera propusnika opsega  $H_0(z), H_1(z), \dots, H_{M-1}(z)$ . Ova banka dekomponuje signal  $x[n]$  na skup od  $M$  uskopojasnih signala. Pošto je spektar uskopojasnih signala dobijenih na izlazu banke analize  $M$  puta uži u odnosu na širinu spektra signala  $x[n]$ , frekvencija odabiranja u podkanalima može se sniziti za faktor  $M$ . Snižanju frekvencije odabiranja odgovara kompresiji u vremenskom domenu, engl. *downsampling*, a ostvaruje se tako što se zadržava svaki  $M$ -ti odbirak, a izostavlja  $M-1$  susednih odbiraka. Tako je frekvencija odabiranja za uskopojasne signale sa slike 1, tj. signale  $v_k[n], k=0,1,\dots,M-1$ ,  $M$  puta niža od frekvencije odabiranja signala  $x[n]$ .

Banku sinteze čine  $M$  filtera propusnika opsega  $F_0(z), F_1(z), \dots, F_{M-1}(z)$ . Signali  $w_k[n], k=0,1,\dots,M-1$ , sa izlaza bloka za obradu signala se multipleksiraju. Ovaj proces se

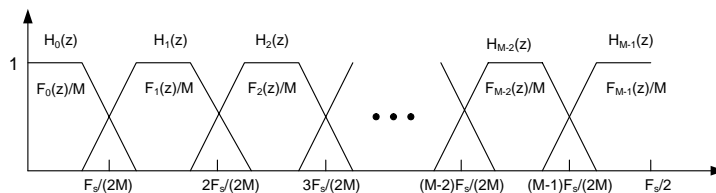
obavlja u dva koraka. Najpre se frekvencija odabiranja u podkanalima poveća za faktor  $M$ . U vremenskom domenu to je ekspanzija signala, engl. *upsampling*, a ostvaruje se tako što se između dva odbirka ubaci  $M-1$  nultih odbiraka. U sledećem koraku signali se filtriraju pomoću banke sinteze. Zbir filtriranih signala daje kompozitni signal  $y[n]$  na izlazu sistema. Opisani sistem pripada klasi sistema sa višestrukim odabiranjem, engl. *multirate system*, jer se procesiranje signala obavlja na različitim frekvencijama odabiranja.



Slika 1. Principijelna šema sistema sa filtarskim bankama analize i sinteze.

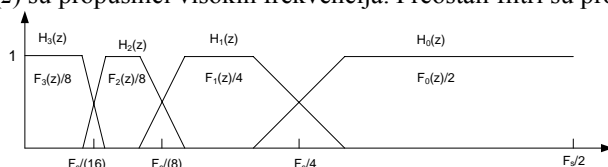
Karakteristike banke filtera zavise od njene namene. Ako je npr. signal koji se obrađuje govor, značajno je ostvariti što bolje razdvajanje po podkanalima što zahteva selektivne filtre. Kod obrade slike je međutim najvažnije sačuvati vremenski oblik signala, a selektivnost filtera je od manjeg značaja. Za rekonstrukciju signala postavljaju se posebni uslovi za karakteristiku para banka analize/banka sinteze. Postoji više mogućih rešenja za implementaciju banki digitalnih filtera. Najvažnija su ona rešenja koja koriste tehnike razvijene u okviru efikasne realizacije sistema sa višestrukim odabiranjem.

Pomoću  $M$ -kanalne banke filtera frekvencijski spektar signala razlaže se na  $M$  podopsega. Na slici 2 prikazana je podela spektra pomoću banke komponovane od filtera čije su širine propusnih opsega jednake. Filtri  $H_0(z)$  i  $F_0(z)$  su propusnici niskih frekvencija, a filtri  $H_M(z)$  i  $F_M(z)$  propusnici visokih frekvencija. Svi ostali filtri su propusnici opsega. Banka pomoću koje se vrši uniformna podela frekvencijskog spektra kao što je prikazano na slici 2, naziva se uniformna banka filtera. Kada je broj podkanala jednak faktoru konverzije frekvencije odabiranja  $M$  kao što je to slučaj na primeru sa slika 1 i 2, kaže se da je to banka sa kritičnim odabiranjem (*critically sampled filter bank*). Ukoliko je faktor konverzije  $M$  manji od broja podkanala kaže se da je to banka filtera sa nadodabiranjem (*oversampled filter bank*).

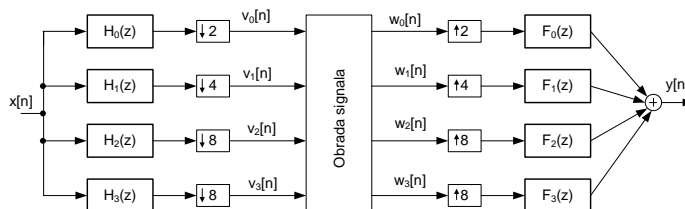


Slika 2. Podela frekvencijskog spektra pomoću  $M$ -kanalne uniformne banke filtera.

U mnogim slučajevima koriste se oktavne banke filtera. Primer podele frekvencijskog spektra pomoću 4-kanalne oktavne banke prikazan je na slici 3, a njena osnovna struktura data je na slici 4. Filtri  $H_3(z)$  i  $F_3(z)$  su propusnici niskih frekvencija, a filtri  $H_0(z)$  i  $F_0(z)$  su propusnici visokih frekvencija. Preostali filtri su propusnici opsega.

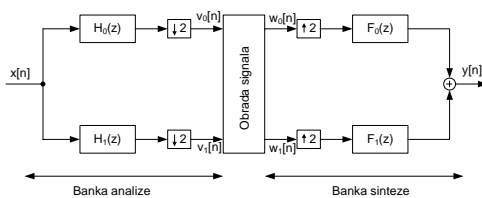


Slika 3. Podela frekvencijskog spektra pomoću 4-kanalne oktavne banke filtera.



Slika 4. Struktura 4-kanalne oktavne banke analize i 4-kanalne oktavne banke sinteze.

Prema broju kanala banke se dele na dvokanalne i višekanalne banke. Primeri na slikama 1-4 predstavljaju višekanalne banke, a na slici 5 data je osnovna struktura para dvokanalnih banke analize i sinteze. Dvokanalne banke se često koriste kao osnovni elementi za formiranje višekanalnih banke. One predstavljaju posebno efikasno rešenje za realizaciju oktavnih i neuniformnih banke filtera.



Slika 5. Dvokanalne banke analize i sinteze sa kritičnim odabiranjem.

U praksi se najčešće teži da par banka analize/banka sinteze ne unosi distorziju, odnosno da par banka analize/banka sinteze ima osobinu savršene rekonstrukcije (*perfect reconstruction*), ili približno savršene rekonstrukcije (*nearly perfect reconstruction*). Dakle, pored karakteristika pojedinačnih filtera u banci potrebno je poznavati i karakteristiku para analiza/sinteza u celini. Funkcija prenosa banke  $T(z)$  se definiše za direktnu kaskadnu vezu banke analize i banke sinteze i to kao odnos  $z$ -transformacije signala na izlazu banke sinteze prema  $z$ -transformaciji signala na ulazu banke analize, tj.:

$$T(z) = Y(z)/X(z), \quad (1)$$

što za primere sa slika 1, 4 i 5 znači da se blok za obradu signala ne uzima u obzir i da su signali na ulazu banke sinteze identični signalima na izlazu banke analize:  $w_0[n]=v_0[n]$ ,  $w_1[n]=v_1[n]$ , ...,  $w_{M-1}[n]=v_{M-1}[n]$ .

Ako par banka analize/banka sinteze ispunjava uslov savršene rekonstrukcije, signal na izlazu banke sinteze  $y[n]$  biće skalirana i zakašnjena replika signala sa ulaza u banku analize  $x[n]$ , tj.

$$y[n] = d x[n - K], \quad (2)$$

gde je  $d$  konstanta, a  $K$  ceo broj. Očigledno sledi da funkcija prenosa banke sa savršenom rekonstrukcijom mora biti

$$T(z) = d z^{-K}. \quad (3)$$

Veliki praktičan značaj imaju takođe banke sa približno savršenom rekonstrukcijom kod kojih se dozvoljava izvesna distorzija u odnosu na idealno definisani sistem u jednačinama (2) i (3). U tom slučaju, filtri su znatno nižega reda nego kod banke sa svršenom rekonstrukcijom.

Banke digitalnih filtara pripadaju klasi diskretnih sistema sa višestrukim odabiranjem (*Multirate Systems*) jer se obrada u sistemu obavlja na više različitih frekvencija odabiranja. Kakvu će karakteristiku imati banka filtara zavisi od karakteristika pojedinačnih filtara od kojih je banka formirana kao i od efekata preklapanja spektara (*aliasing*) kod sniženja frekvencije odabiranja u banci analize. Da bi se ostvarila savršena rekonstrukcija ili približno savršena rekonstrukcija mora se voditi računa o sledećem:

- Filtri analize i filtri sinteze moraju biti projektovani na odgovarajući način.
- Filtri u banci sinteze moraju se birati tako da se kod para banka analize/banka sinteze eliminišu efekti preklapanja koji nastaju u banci analize.

### 3. Dvokanalne banke filtara

Dvokanalne banke filtara se koriste kad god je potrebno razdvojiti frekvencijski spektar signala na niskofrekventni i visokofrekventni deo, a takođe se koriste kao osnovni elemenat za formiranje višekanalnih banki filtara: uniformnih, oktavnih i neuniformnih. Dvokanalnu banku čini par komplementarnih NF/VF filtara. Kada se frekvencijski spektar deli na dva jednaka dela, što je najčešći slučaj, koriste se *half-band* filtri.

Za sisteme sa konačnim impulsnim odzivom (FIR), funkcije prenosa propusnika niskih frekvencija  $H_0(z)$  i propusnika visokih frekvencija  $H_1(z)$  date su izrazima:

$$H_0(z) = \sum_{n=0}^{N_0} h_0[n] z^{-n}, \quad H_1(z) = \sum_{n=0}^{N_1} h_1[n] z^{-n}. \quad (4)$$

Najvažnije klase dvokanalnih banki su:

- QMF (*Quadrature Mirror Filter*) banke kod kojih su  $H_0(z)$  i  $H_1(z)$  vezani relacijom  $H_1(z) = H_0(-z)$ . Sa ovom bankom može se ostvariti približno savršena rekonstrukcija.
- Ortogonalne banke kod kojih su  $H_0(z)$  i  $H_1(z)$  vezani relacijom  $H_1(z) = -z^{-N_0} H_0(-z^{-1})$ . Sa ovom bankom može se ostvariti savršena rekonstrukcija i približno savršena rekonstrukcija.
- Biortogonalne banke kod kojih se  $H_0(z)$  i  $H_1(z)$  biraju prema uslovima postavljenim za banku u celini. Mogu ostvariti savršenu rekonstrukciju ili približno savršenu rekonstrukciju. Značajne su za wavelet transformaciju.

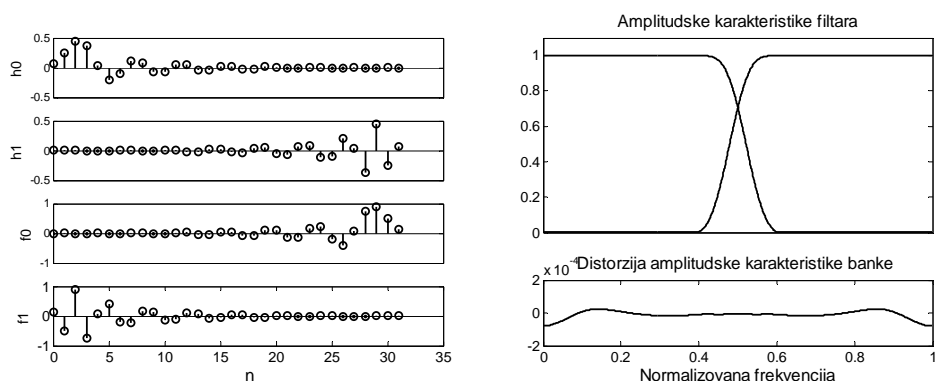
Preklapanja spektra koje nastaje usled sniženja frekvencije odabiranja u banci analize može se kompenzovati u banci sinteze ako se filtri  $F_0(z)$  i  $F_1(z)$  izaberu na sledeći način:

$$F_0(z) = 2H_1(-z), \quad F_1(z) = 2H_0(-z). \quad (5)$$

Ukupna funkcija prenosa dvokanalne banke u kojoj je eliminisano preklapanje je:

$$T(z) = H_0(z)H_1(z) - H_0(-z)H_1(z). \quad (6)$$

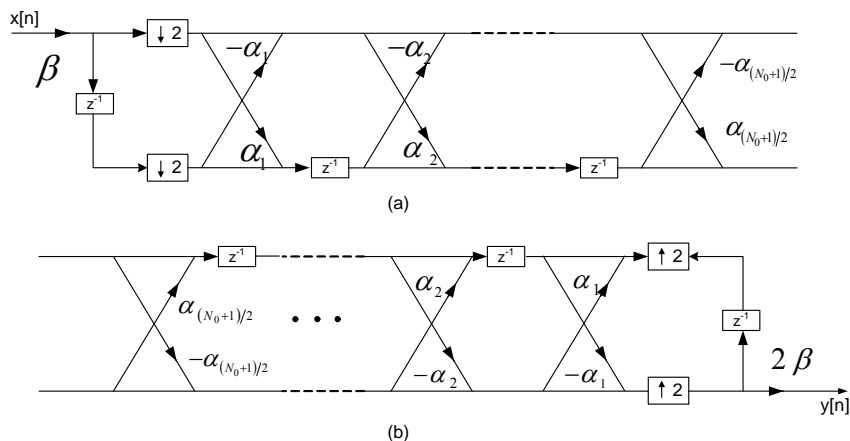
Izbor propusnika niskih frekvencija  $H_0(z)$  je najvažniji korak u projektovanju banke filtera jer sve ostale karakteristike sistema proističu iz karakteristika ovoga filtra. Slika 6 ilustruje jedno rešenje sa ortogonalnom FIR bankom 31. reda. Ovaj primer će biti korišćen kasnije u ovom radu za analizu i rekonstrukciju signala.



Slika 6. Impulsni odzivi ortogonalne dvokanalne banke filtera i odgovarajuće amplitudske karakteristike. Frekvencijska skala je normalizovana na polovinu frekvencije odabiranja.

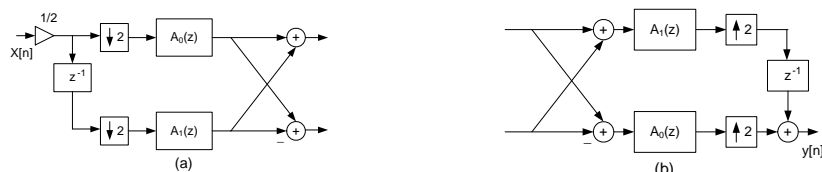
Za realizaciju filtera u dvokanalnoj banci mogu se koristiti funkcije prenosa konačnog impulsnog odziva (FIR) ili funkcije prenosa beskonačnog impulsnog odziva (IIR). FIR filtri se više koriste u praksi zbog stabilnosti i jednostavne mogućnosti realizacije linearne fazne karakteristike. Njihov nedostatak je relativno visok red funkcije prenosa što znači veći broj konstanti množenja i veće kašnjenje. Ovo poslednje može predstavljati poseban problem u nekim primenama. Prednosti IIR filtera su relativno nizak red funkcije prenosa što znači mali broj konstanti množenja i malo kašnjenje. Nedostatak rešenja zasnovanih na IIR filtrima su veći efekti konačne dužine digitalne reči i složenija rešenja za realizaciju linearne fazne karakteristike.

Filtarski par u dvokanalnoj banci filtera implementira se efikasno korišćenjem osobina komplementarnosti. Na slici 7 prikazane su rešetkaste realizacione strukture za FIR ortogonalne banke analize i sinteze. Banka analize je sistem sa jednim ulazom i dva izlaza, a banka sinteze je sistem sa dva ulaza i jednim izlazom. Treba zapaziti da je elemenat za promenu frekvencije odabiranja integralni deo ovih struktura, što omogućava da se sve aritmetičke operacije obavljaju na nižoj frekvenciji odabiranja. Vrednosti konstanti  $\alpha_i$  i  $\beta$  računaju se na osnovu konstanti impulsnog odziva *half-band* FIR filtra minimalne faze [2], [3], [8]. Za dvokanalnu banku čije su karakteristike prikazane na slici 6 koja je 31. reda, potrebno je 16+1 konstanti množenja. Ako se primeni modifikovana struktura koja parove konstanti u leptirima realizuje sa jednim množačem, broj množača se svodi na 8+1.



Slika 7. Rešetkaste strukture ortogonalnih dvokanalnih banki FIR filtara.  
(a) Banka analize. (b) Banka sinteze.

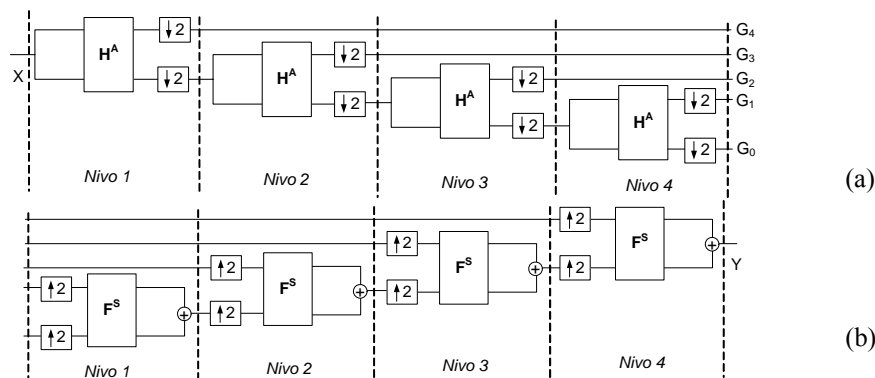
Na slici 8 prikazana je efikasna realizacija dvokanalnih IIR banki analize i sinteze koja se zasniva na paralelnoj vezi dva filtra propusnika svih frekvencija  $A_0(z)$  i  $A_1(z)$ . Vrednosti konstanti u  $A_0(z)$  i  $A_1(z)$  izračunavaju se direktno na osnovu polova funkcije prenosa osnovnog NF filtra u banci [6,Ch.4], [8]. Operacija promene frekvencije odabiranja integrisana je u strukturu dvokanalne banke pa se sve aritmetičke operacije obavljaju na nižoj frekvenciji odabiranja. Za amplitudsku karakteristiku čija je selektivnost približna onoj sa slike 6 potreban je *half-band* filtar 7. reda što u realizaciji dvokanalne banke prema slici 8 zahteva samo tri množača što je tri puta manje u odnosu na najefikasniju realizaciju sa FIR filtrima.



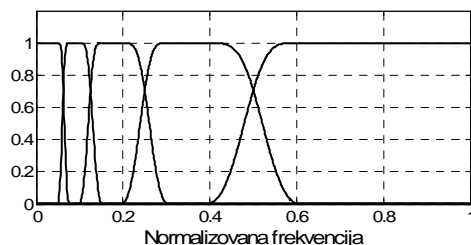
Slika8. Efikasna realizacija IIR dvokanalnih banki filtara.  
(a) Banka analize. (b) Banka sinteze.

#### 4. Višekanalne banke filtara formirane od dvokanalnih banki

Višekanalne banke filtara mogu se formirati grananjem od dvokanalnih banki kao višenivoske strukture sa strukturom stabla. Na slici 9(a) prikazana je 5-kanalna oktavna banka analize a na slici 9(b) 5-kanalna banka sinteze. Ove banke se realizuju grananjem u četiri nivoa. Blokovi označeni sa  $\mathbf{H}^A$  i  $\mathbf{F}^S$  predstavljaju dvokanalnu banku analize i dvokanalnu banku sinteze, respektivno. Višenivoska oktavna banka dobija se iteracijom niskopropusne grane dvokanalne banke. Slika 10 ilustruje amplitudske karakteristike 5-kanalne oktavne banke formirane od dvokanalnih banki sa slike 6. Karakteristike odgovaraju odnosu signala na izlazima banke analize, tačke  $G_0, G_1, \dots, G_4$ , u odnosu na ulaz, tačka X.



Slika 9. Oktavne banke: (a) banka analize, (b) banka sinteze.



Slika 10. Amplitudske karakteristike 5-kanalne, 4-nivoske oktavne banke filtera. Frekvencijska skala je normalizovana na polovinu frekvencije odabiranja.

Primeri sa slika 9 i 10 pokazuju realizaciju oktavne banke koja se dobija iteracijom u niskopropusnoj grani osnovne dvokanalne banke. Ako se primeni i iteracija visokopropusne grane može se formirati uniformna višekanalna banka. Generalno, primenom višenivoskih struktura i kombinovanjem dvokanalnih banki mogu se dobiti i višekanalne neuniformne banke. Treba naglasiti da ako su konstante u osnovnoj dvokanalnoj banci realni brojevi, tada će se za realan ulazni signal na izlazima svih banki dobijenih na osnovu ovakvih dvokanalnih banki dobiti realni signali.

## 5. Direktna realizacija višekanalnih uniformnih banki filtera

Najvažnije klase višekanalnih uniformnih banki filtra su:

- DFT banke
- Kosinusne banke

$M$ -kanalna DFT banka formira se od prototip filtra propusnika niskih frekvencija  $H_p(z)$  i skupa od  $M$  modulatora. Ako su koeficijenti impulsnog odziva NF prototip filtra  $N$ -tog reda:  $h_0[0], h_0[1], \dots, h_0[N]$ , tada će koeficijenti impulsnog odziva  $k$ -tog filtra u  $M$ -kanalnoj banci biti:

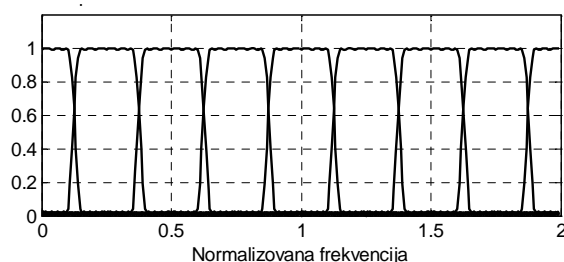
$$h_k[n] = f_k[n] = h_p[n] e^{j2\pi kn/M}, \text{ za } n = 0, 1, \dots, N, \quad (7)$$

što znači da su koeficijenti filtera u DFT banci kompleksni brojevi. Odgovarajući frekvencijski odziv  $k$ -tog filtra u banci  $H_k(e^{j\omega})$  je:



$$H_k(e^{j\omega}) = F_k(e^{j\omega}) = H_0(e^{j(\omega - 2\pi k/M)}), \text{ za } k = 0, 1, \dots, M-1, \quad (8)$$

što pokazuje da su frekventijski odzivi  $H_k(e^{j\omega}), F_k(e^{j\omega}), k = 1, \dots, M-1$ , uniformno translirane verzija frekventijskog odziva prototip filtra  $H_0(e^{j\omega})$ . Na slici 11 prikazane su amplitudske karakteristike filtera 8-kanalne DFT banke formirane na bazi prototip NF optimalnog filtra linearne faze 87. reda. S obzirom da su filteri u DFT banci kompleksni, banka daje kompleksan izlazni signal za realnu pobudu.

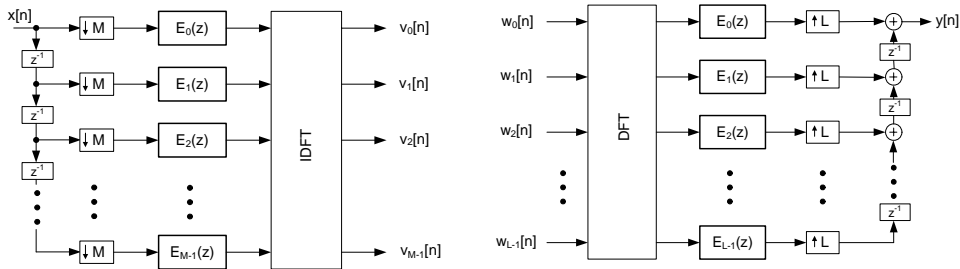


Slika 11. Amplitudske karakteristike 8-kanalne DFT banke filtera. Frekventijska skala je normalizovana na polovinu frekvencije odabiranja.

Uniformna DFT banka može se u principu implementirati kao paralelna veza  $M$  filtera sa kompleksnim koeficijentima kao što je to prikazano na osnovnoj blok šemi na slici 1. Za procesiranje jednog odbirka u banci analize (banci sinteze) takvo rešenje bi zahtevalo  $(N+1)M$  kompleksnih množenja koja bi se obavljala na višoj frekvenciji odabiranja. Pokazuje se [2], [3], [8] da se DFT banka filtera može implementirati kao kaskadna veza polifazne mreže i DFT operatora. Efikasna implementacija DFT banke analize i DFT banke sinteze prikazana je na slici 12. Polifazne komponente  $E_0(z), E_1(z), \dots, E_{M-1}(z)$  formiraju se polifaznom dekompozicijom funkcije prenosa NF prototip filtra  $H_0(z)$  [2], [3], [8]. Primenom kaskadnih ekvivalencija faktor konverzije frekvencije odabiranja premešta se na ulaz banke analize (odnosno na izlaz banke sinteze) tako da se sve aritmetičke operacije obavljaju na nižoj frekvenciji odabiranja. U polifaznoj mreži obavlja se  $(N+1)$  operacija množenja po odbirku, a DFT operator se implementira pomoću brze Furijeove transformacije (FFT). Ukupan broj kompleksnih množenja FFT-a iznosi  $\frac{M}{2} \log_2(M)$  pod uslovom da je da se dužina FFT-a može izraziti u obliku  $M=2^p$ ,  $p$  ceo broj. U tabeli 1 ilustrovana je efikasnost implementacije DFT banke na primerima 8-kanalne i 32-kanalne banke sa prototip NF filtrom 87. reda i za frekvenciju odabiranja  $f_s=8$  kHz. Vidi se da efikasnost sistema sa slike 12 naglo raste sa povećanjem broja kanala u banci.

**Tabela 1.** Broj množenja u sekundi  $[N_m/s]$  za frekvenciju odabiranja od 8 kHz.

	8-kanalna banka $[N_m/s]$	32-kanalna banka $[N_m/s]$
Direktna implementacija	5 632 000	22 528 000
Efikasna implementacija	716000	788000

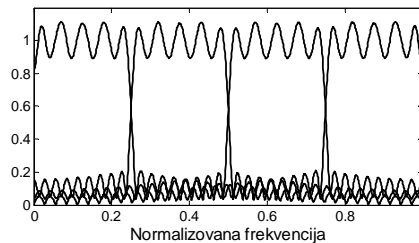


Slika 12. Efikasna implementacija DFT banke analize i DFT banke sinteze zasnovana na kaskadnoj vezi polifazne mreže DFT operatora..

Kosinusne banke filtera formiraju se takođe iz prototip NF filtra. Koeficijenti impulsnog odziva filtera u kosinusnoj banci formiraju se od koeficijenata impulsnog odziva NF prototip filtera i skupa kosinusnih modulatora prema izrazu [3]:

$$h_k[n] = 2h_0[n] \cos(n) \frac{(2k+1)\pi}{2M}, \text{ za } k = 0, 1, \dots, M-1. \quad (9)$$

Svi koeficijenti impulsnog odziva filtera u kosinusnoj banci su realni brojevi. Slika 13 ilustruje 4-kanalnu kosinusnu banku za Nikvistov prototip FIR filter 70-tog reda. Kosinusne banke se efikasno implementiraju kaskadnom vezom polifazne mreže i operatora diskretne kosinusne transformacije (DCT), [3], [6,Ch.2]. Kosinusne banke imaju značajnu primenu u algoritmima za kompresiju signala, posebno kompresiju slike.



Slika 13. Amplitudske karakteristike 4-kanalne kosinusne banke filtera. Frekvencijska skala je normalizovana na polovinu frekvencije odabiranja.

## 6. Izbor NF prototip filtera

NF prototip filter, kao što je već pokazano, dominantno utiče na karakteristike banke filtera. Banka se može formirati od IIR ili od FIR filtera. Generalno, svaka od ovih klasa filtera ima svoje prednosti i nedostatke:

- IIR banke su efikasnije jer se realizuju sa manje aritmetičkih operacija po odbirku, i nose znatno manje kašnjenje u sistemu. Problem kod IIR banke je realizacija antikauzalnih filtera koji se zahtevaju u banci sinteze (5). Nedostatak je i složena realizacija linearne fazne karakteristike.
- FIR banke su manje efikasne ali zato imaju niz drugih prednosti kao što su jednostavna realizacija antikauzalnih filtera u banci sinteze i jednostavna realizacija linearne fazne karakteristike. Treba naglasiti, da postoje mnoga

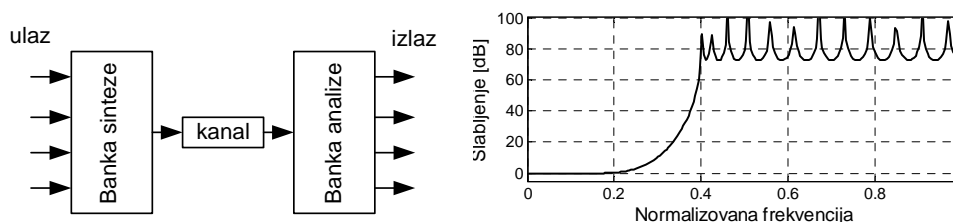
hardverska rešenja koja su optimizovana za efikasnu implementaciju FIR filtara. FIR banke se više koriste u praksi.

Postoji neograničen broj mogućnosti za izbor funkcije prenosa prototip NF filtra. Optimalan izbor je uvek prilagođen konkretnoj primeni pri čemu je takođe važan zahtev ekonomičnost rešenja. Ako je razdvajanje signala po podkanalima primaran zahtev, projektuju se selektivni filtri uz ograničenja koja nameću zahtevi savršene rekonstrukcije ili približno savršene rekonstrukcije. Ako je očuvanje talasnog oblika signala primaran zahtev, projektuju se manje selektivni filtri sa po mogućstvu maksimalno ravnom karakteristikom i osobinama koje omogućavaju savršenu ili približno savršenu rekonstrukciju. Aproksimacija željene funkcije prenosa predstavlja složen matematički problem u većini slučajeva. Međutim, za većinu praktičnih primena postoje gotova softverska rešenja u MATLAB-u kao i u drugim savremenim softverskim paketima.

## 7. Primeri obrade signala

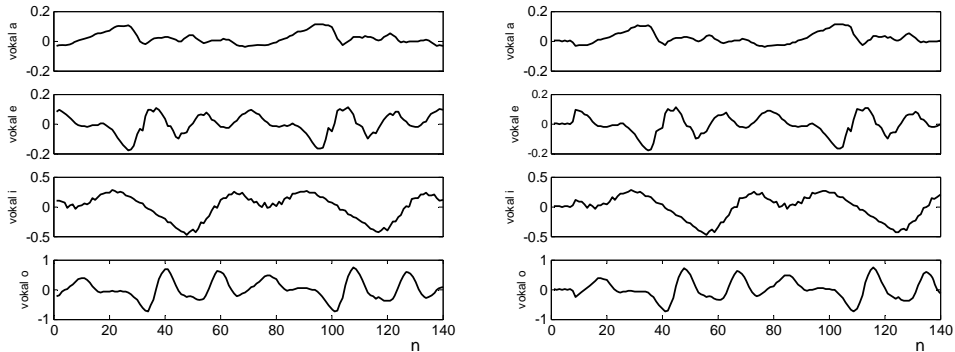
### 7.1 Multiplekser/demultiplekser

Ovaj primer ilustruje primenu uniformnih DFT banki za multipleksiranje i demultipleksiranje signala. Blok šema sistema: 4-kanalna banka sinteze/ 4-kanalna banka analize i karakteristika slabljenja prototip NF filtra prikazani su na slici 14. Prototip NF filtar je Nikvistov FIR filtar minimalne faze 31. reda .

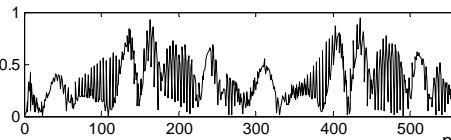


Slika 14. Blok šema 4-kanalnog multipleksera/demultipleksera i karakteristika slabljenja prototip NF filtra. Frekvencijska skala je normalizovana na polovinu frekvencije odabiranja.

Na ulaz sistema dovedeni su segmenti govornih signala i to 4 vokala: «a», «e», «i», «o» koji su odabirani sa 8 kHz. Slika 15 (levo) prikazuje originalne signale na ulazu u sistem. U banci sinteze ovi signali se multipleksiraju i formira se kompleksni kompozitni signal čija je apsolutna vrednost prikazana na slici 16. Frekvencija odabiranja kompozitnog signala je 32 kHz. Na izlazu banke analize u kojoj se obavlja demultipleksiranje dobijaju se 4 vokala: «a», «e», «i», «o» koji su prikazani na slici 15 (desno). Poređenjem ulaznih i izlaznih signala na slici 15 može se konstatovati da signali posle demultipleksiranja predstavljaju zakašnjene replike signala sa ulaza sistema. Rezultati prikazani na slikama 15 i 16 dobijeni su procesiranjem sa 4-kanalnim DFT bankama sinteze i analize koje su implementirane korišćenjem efikasnih struktura sa slike 12.



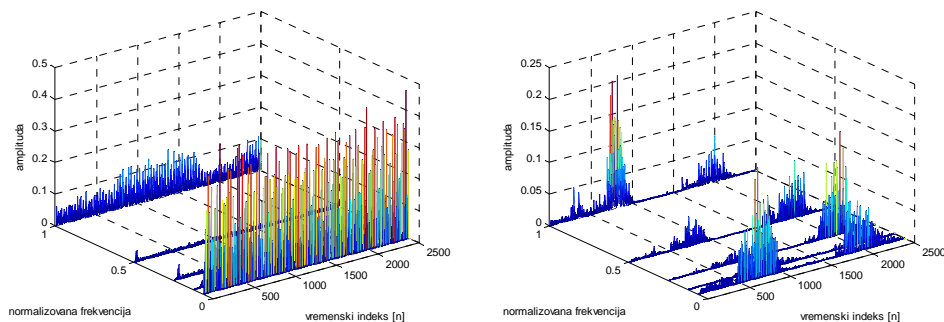
Slika 15. Signali na ulazu 4-kanalnog multipleksera (levo) i signali na izlazu 4-kanalnog demultipleksera (desno)



Slika 16. Kompozitni signal u kanalu na izlazu multipleksera.

### 7.2 Analiza govornog signala

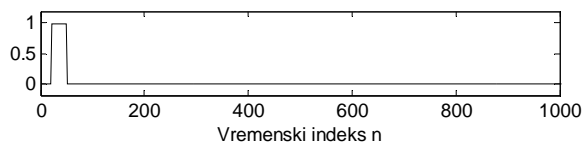
Ovaj primer ilustruje primenu oktavne banke u analizi govornog signala. Analiza je realizovana koršćenjem 5-kanalne oktavne banke realizovane u 4 nivoa prema slici 9(a). Dvokanalne banke  $G^A$  su komplementarni par ortogonalnih FIR filtara sa karakteristikama datim na slici 6. Amplitudske karakteristike rezultujuće oktavne banke su prikazane na slici 10. Slika 17 ilustruje rezultate vremensko-frekvencijske analize dobijene za vokal «i» i za reč «slika». Signali su dobijeni odabiranjem kontinualnih signala sa frekvencijom od 8 kHz. Treba zapaziti da rezolucija po vremenskoj osi nije uniformna: mala rezolucija na niskim frekvencijama gde je signal sporo promenljiv, a velika na visokim gde se očekuju brže promene signala. Ovakva dekompozicija signala može se primeniti kod kodovanja i skremblovanja signala, kompresiji ili otklanjanju šuma.



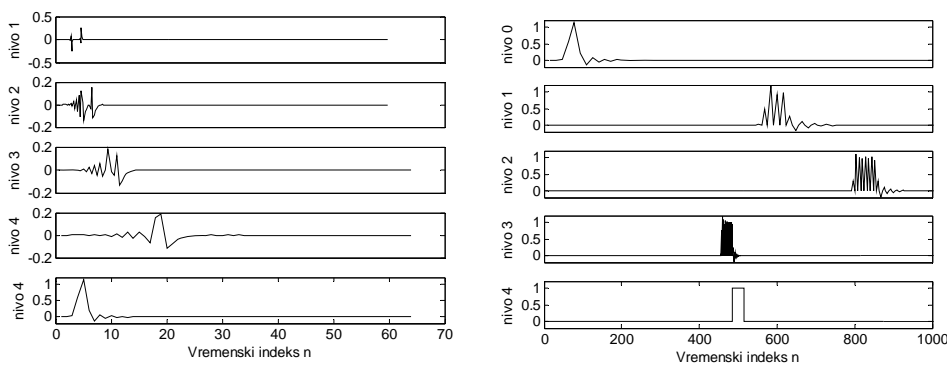
Slika 17 Analiza govornog signala pomoću ortogonalne oktavne banke filtara: vokal «i» levo, i reč «slika» desno.

### 7.3 Analiza i rekonstrukcija signala

Ovaj primer demonstrira primenu oktavne banke u analizi signala i njenu sposobnost da rekonstruiše signal. Proces je prikazan na primeru pravougaonog talasnog oblika, slika 18. Analiza i sinteza su realizovane koršćenjem 5-kanalnih oktavnih banki realizovanih u 4 nivoa prema slici 9(a) i 9(b). Dvokanalne banke analize  $G^A$  i dvokanalne banke sinteze  $G^S$  su komplementarni parovi ortogonalnih FIR filtara sa karakteristikama datim na slici 6. Amplitudske karakteristike ove oktavne banke su prikazane na slici 10. Na slici 18 prikazan je pravougaoni test signal. Slika 19 (levo) prikazuje signale na izlazu banke analize, odnosno ilustruje rezultate analize signala po podopsezima: nivo 4 (donja slika, levo) predstavlja niskofrekventnu komponentu signala i naziva se aproksimacija, ostali signali predstavljaju detalje. Na slici 19 (desno) prikazan je proces rekonstrukcije signala u banci sinteze. Počevši od signala aproksimacije (nivo 0) tok rekonstrukcije se odvija etapno kroz nivoe banke sinteze i u 4. nivou (izlaz banke sinteze, tačka Y na slici 9(b)) dobija se rekonstruisani signal. Ovaj primer pokazuje da se sa ortogonalnim parovima FIR filtara u banci analize i u banci sinteze može savršeno rekonstruisati originalni talasni oblik. Naime, rekonstruisani signal (slika 19-desno, nivo 4) je zakašnjena replika originalnog test signala sa slike 18.



Slika 18. Pravougaoni test signal.



Slika 19. Analiza (levo) i sinteza (desno) pravougaonog test signala.

## 8. Zaključak

Postojeća rešenja za banke digitalnih filtara su mnogobrojna. Podstaknuta različitim primenama, ova oblast se i dalje snažno razvija. Istražuju se novi efikasni algoritmi za implementaciju, konstruišu nove filtarske funkcije prilagođene različitim tipovima signala, istražuju se metode projektovanja koje će smanjiti kašnjenje signala i obezbediti minimalnu distorziju kod rekonstruisanog signala. U ovome radu učinjen je

pokušaj da se u kratkim crtama prikažu principi realizacije banki filtara koje se primenjuju u obradi signala. Time je samo ukazano na široke mogućnosti ovih tehnika i raznovrsnost mogućih rešenja.

### Literatura

- [1] R.E., Crochiere and L.R. Rabiner, Multirate digital signal processing, Englewood Clifs, Prentice-Hall, 1983.
- [2] P.P. Vaidyanathan, Multirate systems and filter banks. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993.
- [3] N. J. Fliege, Multirate digital signal processing, New York: John Wiley & Sons, 1994.
- [4] M. Vetterli and J. Kovačević, "Wavelets and Subband Coding," Prentice Hall, Englewood Clifs, NJ, 1995.
- [5] T. Hentchel, Sample rate conversion in software configurable radios, Morwood, MA: Artech House, 2002.
- [6] G. Jovanović-Doleček, (ed.), Multirate Systems: Design & Applications, Hershey, PA: Idea Group Publishing, 2002.
- [7] F. J. Harris, Multirate Signal Processing for Communication Systems, Upper Saddle River: Prentice Hall, 2004.
- [8] S. K. Mitra, Digital signal processing: A computer based approach, New York: The McGraw-Hill Companies, 2005. Multirate systems: Chapters 13 and 14.

**Abstract:** *This paper presents the design and application of digital filter banks in signal processing. The uniform and octave filter banks are considered. Perfect reconstruction and nearly perfect reconstruction properties of multirate filter banks are discussed. According to this, the removal of aliasing in the system composed as the cascade of analysis and synthesis filter bank is explained. The attention is paid to the design and implementation of QMF and orthogonal two-channel filter banks. We present two methods for constructing multi-channel filter banks: tree structure multilevel filter banks where the main building blocks are the two-channel filter banks, and the direct implementation based on the cascade connection of polyphase network and FFT processor. Signal processing applications are demonstrated on examples.*

**Keywords:** *digital filter banks, digital signal processing, signal analysis, reconstruction, synthesis of signals.*

## FILTER BANKS IN DIGITAL SIGNAL PROCESSING

Ljiljana Milić and Jelena Čertić